T.C.
ERCİYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ESNEK ROTORLARDA AKTİF DENGELENME

Tezi Hazırlayan
Davut Erdem ŞAHİN

Tezi Yöneten
Prof. Dr. İbrahim UZMAY

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Doktora Tezi

Eylül 2008
KAYSERİ

Prof. Dr. İbrahim UZMAY danışmanlığında **Davut Erdem ŞAHİN** tarafından hazırlanan **"Esnek Rotorlarda Aktif Dengelenme"** adlı bu çalışma, jürimiz tarafından Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalında **Doktora** tezi olarak kabul edilmiştir.

28.08.2008

JÜRİ:

Başkan: Prof. Dr. M. Kemal APALAK

Üye : Prof. Dr. İbrahim UZMAY

Üye : Doç. Dr. Sahin YILDIRIM

Üye Doç. Dr. Hasan ALLİ

Üye : Yrd. Doç. Dr. Şükrü SU

ONAY:

Bu tezin kabulü, Enstitü Yönetim Kurulunun 12/09/2008 tarih ve 2008/29-56 sayılı kararı ile onaylanmıştır.

12 /09 / 2008.

Prof. Dr. Nusret AYYILDIZ

Enstitü Müdürü

TEŞEKKÜR

Tez konusunun belirlenmesinden bitişine kadar değerlendirmeleriyle maddi manevi her zaman yanımda olan ve desteğini esirgemeyen çok değerli hocam Prof. Dr. İbrahim UZMAY'a teşekkür ederim.

Her TİK raporunda eleştirilerini esirgemeyen Prof. Dr. M. Kemal APALAK ve Doç. Dr. Şahin YILDIRIM' a teşekkür ederim.

Deneysel çalışmalarım boyunca bana zaman ayıran Araş. Gör. Selçuk ERKAYA' ya ve Kayseri'ye her gelişimde beni misafir eden Araş. Gör. Kemal YILDIZLI'ya teşekkür ederim.

Altı yıl boyunca desteğini eksik etmeyen, fedakarlık yaparak bana ders çalışma imkanı sağlayan eşime çok teşekkür ederim.

ESNEK ROTORLARDA AKTİF DENGELENME

Davut Erdem ŞAHİN
Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü
Doktora Tezi, Eylül 2008
Tez Danışmanı: Prof. Dr. İbrahim UZMAY

ÖZET

Rotor dengesizliği dönen eleman bulunduran makinelerde en yaygın problemdir. Makinenin dengelenmesi, ne çeşit bir titreşim olduğu ve bozulmanın gerçek nedeni araştırılarak başlanır. Makinelerde yaygın olarak dengesizliğin sebebi, rotor kütlesinin radyal yöndeki homojen olmayan dağılımıdır. Dengesizlik kütlesi rotorla beraberdir ve birlikte döner.

Rotor üzerinde meydana gelen dengesizliğin kaynağı sürekli değiştikçe, dengelenmesi daha zor olan bir durum oluşturacaktır. Aktif olarak değişen dengesizlik kütlesi, aktif dengeleme gerekçesini ortaya çıkarmıştır. CDROM, DVD, HDD ve çamaşır makineleri gibi yüksek hızlarda dönme hızıyla işlem yapan makinelerde, dengesizlik kütlesi her an değişebileceğinden bu tip cihazlarda aktif dengeleme daha çok kullanışlıdır.

Bu çalışmada özelikle son on yılda kullanımı yaygınlaşan bilyeli dengelemeye alternatif olarak geliştirilen halkalı dengelenme konusu incelenmiştir. Dengeleyici olarak **Aktif Dengeleyici Halka (ADH)** kullanılmıştır. Sistem modellendikten sonra Lagrange denklemleriyle hareket denklemleri çıkarılmıştır. Denklemler lineerleştirildikten sonra analitik çözüm elde edilmiştir. Sayısal çözüm Mathematica paket programı yardımıyla, sistemin zamana bağlı cevabı olarak sunulmuştur. Halkanın kritik hıza olan etkisi ayrıca irdelenmiştir. Sonuçta, deneysel çalışma yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Optimum tasarım parametreleriyle ADH kullanımın, titreşim genliğini düşürdüğü görülmüştür

Anahtar Kelimeler: Aktif dengelenme; bilyeli dengeleme; rotor dinamiği.

ACTIVE BALANCING OF FLEXIBLE ROTORS

Davut Erdem ŞAHİN
Erciyes University, Graduate School of Natural and Applied Sciences
Ph.D. Thesis, September 2008
Thesis Supervisor: Prof. Dr. İbrahim UZMAY

ABSTRACT

Rotor unbalance is most common problem on rotating elements. By identifying the type of the vibration and the real cause of the fault one can start balancing the machine. The common reason of the unbalanced machines is nonhomogeneous distribution of rotor mass along radial direction. The unbalanced mass is company with the rotor and they rotate together.

The unbalance occuring on the rotor becomes more problem when its source continuously changes. Unbalanced mass which changes actively, produces the motive of active balancing. In machines operating in high speed such as CD –ROM, DVD, HDD and washing machines, the unbalanced mass changes at any time; therefore, active balancing is more convenient in these machines.

In this study circular balancing was as an alternative to the ball type balancing studied. As a balancer Active Balancing Ring (ABR) was used. After modelling the system, motion equations were governed Lagrange equations. After the equations were linearized an analytical solution was obtained. Via using Mathematica software; the temporal response was obtained. The effect of the hoop to the critical speed was also studied. Finally, experimental results are compared with the therotical ones.

It was seen that using ABR with the optimum design parameters reduced along with vibration amplitude.

Keywords: Active balancing; ball balancer; rotor dynamics.

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY……...…… i
TEŞEKKÜR…….…..…… ii
ÖZET…….… iii
ABSTRACT……..……..……... iv
İÇİNDEKİLER…….. v
KISALTMALAR VE SİMGELER…….....…. vii
ŞEKİLLER LİSTESİ…….… ix
1.BÖLÜM
GİRİŞ……...……...……...…. 1
1.1.Rotor Dengesizliği…...……...……...…. 1
1.2. Aktif Dengelenme……..... 3
1.3.Yayın Taraması.……...……..…..……...…. 4
2.BÖLÜM
2.1. Giriş..……..……....……... 9
2.2. Dengeleme Halkası Kullanarak Aktif Dengelenme Yöntemi…….…… 10
2.3. Aktif Dengeleyici Halkanın Kritik Hıza Etkisi…….....…. 13
2.4. Sistemin Modellenmesi ve Hareket Denkleminin Elde Edilmesi……. 20
2.5. Denklemlerin Lineerleştirilmesi……. 22
2.6. Kararlılık Analizi…… 27
2.7. Aktif Dengeleme Halkasında Sayısal Çözüm……...…….. 30
3.BÖLÜM
DENEYSEL ÇALIŞMA……...…….… 31
3.1. Giriş..……..……....……... 31
3.2. Deney Düzeneği……....……... 31
4.BÖLÜM
SONUÇ VE ÖNERİLER…….…... 35
4.1. Giriş……...……...……. 35
4.2. Teorik Sonuçlar……...……. 34
4.2.1. Analitik Sonuçlar…….…… 36
4.2.2. Sayısal Sonuçlar…….……..…… 45

4.2.3. Deneysel Sonuçlar……..…….…. 48
4.3. Deneysel Parmetrelerle Sonuçların Karşılaştırılması…….…… 51
4.4. Öneriler……..……...…… 56
KAYNAKLAR…….....…… 57
EKLER…..…….…… 59
ÖZGEÇMİŞ…….……...…… 64

KISALTMALAR VE SİMGELER

ADH	:	Aktif Dengeleyici Halka
m	:	Kütle
r	:	Radyal kaçıklık
w	:	Açısal hız
F_h	:	Halkanın merkezcil kuvveti
$G_{1,}\, G_2$	:	Rotor ve halkanın ağırlık merkezleri
q	:	Genelleştirilmiş koordinatlar
L	:	Lagrange Fonksiyonu
$\Re_i$	:	Dış kuvvetler
T	:	Kinetik enerji
V	:	Potansiyel enerji
e	:	Rotor kütle merkezini kaçıklığı
R	:	Halkanın kütle merkezini konumu
θ	:	Rotor eğimi
$I_{G_1}\ I_{G_2}$	:	Rotor ve halkanın atalet momentleri
$M_1\, M_2$	:	Rotor ve halkanın kütleleri
R_i	:	Rayleigh foksiyonu
$v_r\ v_\phi\ v_\alpha$	:	Genelleştirilmiş koordinatların hızları
k	:	Yay sabiti
b	:	Sönüm katsayısı
$F_1,\, F_2$	:	Yatak kuvvetleri
δ	:	Rotor sehimi
ω_r	:	Disk açısal hızı
ω_h	:	Halkanın açısal hızı
$\Omega, \Omega_{h,}\, \Omega_e$	:	Diskin ve halkanın eşdeğer açısal momentumları
M, P	:	Rotordaki eğilme momenti ve merkezkaç kuvveti
m_e	:	Eşdeğer kütle
α_{xx}	:	Etki katsayılar
γ, β	:	Kritik hızın boyutsuz katsayıları
ϕ	:	Halkanın eşdeğer açısal yer değişimi

ε_q	:	Küçük pertürbasyon sapmaları
$\emptyset^*, \lambda_r^*$	:	Özvektör ve özdeğer
$\Re, \Phi, \mho, \dot{\Re}, \dot{\Phi}, \dot{\mho}$	:	Özvektörler
ξ	:	Eşdeğer sönüm sabiti
$\overline{m}$, $\overline{\gamma}$, $\overline{\omega}$, $\overline{e}$	:	Boyutsuz parametreler
$\boldsymbol{\eta}$	:	Aktif dengeleyici etkinlik katsayısı
a_x,a_y	:	x ve y yönlerindeki ivme bileşenleri

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1.	Rotorun temel cevabı……..……..	2
Şekil 1.2.	Jeffcott rotor modeli[2]...……...…	5
Şekil 1.3.	Aktif dengeleyici kullanılan iki farklı örnek[19..……..	7
Şekil 2.1.	Aktif dengeleme hedefi……..……	10
Şekil 2.2.	ADH ile dengelenmenin üç aşaması …….	11
Şekil 2.3.	ADH monte edilmiş bir rotor ve işi……...	12
Şekil 2.4.	Kritik hızdan (a) ve tabii frekanstan (b) kaynaklanan titreşimler…..…	13
Şekil 2.5.	ADH' li rotorda açısal hız diyagramları……	14
Şekil 2.6.	Rotor ve halka için ω (açısal hız)ve H (açısal momentum) diyagramları……...	15
Şekil 2.7.	Etki katsayıları için P kuvveti ve M momentine ait diyagramlar……..	16
Şekil 2.8.	γ'nın β' ya göre değişimi. ……..……...…	19
Şekil 2.9.	Sistemin matematiksel modeli……...	20
Şekil 3.1.	Deney düzeneği. ……	32
Şekil 3.2.	Deneysel düzeneğin blok diyagramı……..…	33
Şekil 3.3.	Deney düzeneğinden fotoğraflar……..……..….	33
Şekil 3.4.	Dengeleyici halka ……..……	34
Şekil 4.1.	m_2=0.2 kg değeri için radyal değişim.…….…	36
Şekil 4.2.	m_2=0.4 kg değeri için radyal değişim.…….…	37
Şekil 4.3.	m_2=0.5 kg değeri için radyal değişim.……	37
Şekil 4.4.	m_2=1 kg değeri için radyal değişim.……...…	37
Şekil 4.5.	Etki katsayısına karşı radyal değişim..……...…	38
Şekil 4.6.	m ve ω'nin kararlılık değişimi, $\xi = \gamma = 0.01$……..	39
Şekil 4.7.	ξ ve ω'nin kararlılık değişimi, $e = \gamma = 0.01$ ...……	40
Şekil 4.8.	γ ve ω'nin kararlılık değişimi, $e = \xi = 0.01$ ...……..……	41
Şekil 4.9.	e ve ω'nin kararlılık değişimi, $\gamma = \xi = 0.01$ ...……	42
Şekil 4.10.	e ve m'nin kararlılık değişimi, $\omega = 0.5,\ \gamma = \xi = 0.01.$ ……	43
Şekil 4.11 .	e ve m'nin kararlılık değişimi, $\omega = 2,\ \gamma = \xi = 0.01.$ ……	44
Şekil 4.12.	15 Hz'de ADH' li a) ve ADH'siz b) radyal değişim.……	46
Şekil 4.13.	30 Hz'de ADH' li a) ve ADH'siz b) radyal değişim.……	46

Şekil 4.14.	45 Hz'de ADH' li a) ve ADH'siz b) radyal değişim.……...….	47
Şekil 4.15.	60 Hz'de ADH' li a) ve ADH'siz b) radyal değişim.……	47
Şekil 4.16.	15 Hz' de birbirine dik yerleştirilmiş ivme ölçerden alınan ivme değerleri…….……	49
Şekil 4.17.	30 Hz' de birbirine dik yerleştirilmiş ivme ölçerden alınan ivme değerleri.……...….	49
Şekil 4.18.	45 Hz' de birbirine dik yerleştirilmiş ivme ölçerden alınan ivme değerleri.……..…….….	50
Şekil 4.19.	60 Hz' de birbirine dik yerleştirilmiş ivme ölçerden alınan ivme değerleri.……...…….	50
Şekil 4.20.	Deneysel parametrelere göre, analitik olarak mil merkezinin radyal değişimi……..	51
Şekil 4.21.	15 Hz'de deneysel ivme değerleri ve ivmenin artış hızı…...…..……	52
Şekil 4.22.	15 Hz'de sayısal ivme değerleri…….……	52
Şekil 4.23.	30 Hz'de deneysel ivme değerleri ve ivmenin artış hızı…...…..……	53
Şekil 4.24.	30 Hz'de deneysel ivme değerleri ve ivmenin artış hızı…...…..……	53
Şekil 4.25.	45 Hz'de deneysel ivme değerleri ve ivmenin artış hızı…...…...……	54
Şekil 4.26.	45 Hz'de deneysel ivme değerleri ve ivmenin artış hızı…...…...……	54
Şekil 4.27.	60 Hz'de deneysel ivme değerleri ve ivmenin artış hızı…...……	55
Şekil 4.28.	60 Hz'de deneysel ivme değerleri ve ivmenin artış hızı…...…..…..…	55

1.BÖLÜM

GİRİŞ

Dengesizlikten kaynaklanan rotor titreşimi yüz yılı aşkın bir süredir bilinmektedir. Dengelenme teknikleri aslında oldukça eskidir. Buna karşın son yirmibeş yıldır elektronik cihazların ve bilgisayarların kullanımıyla deneysel çalışmalar araştırmaları daha da ilerletmiştir.

Bu bölümde, tarihi gelişimi dikkate alınarak rotorlardaki dengesizlik ve nedenleri; aktif dengelenme ve kullanım gerekçeleri anlatılmıştır.

1.1. Rotor Dengesizliği

Rotor dengesizliği dönen eleman bulunduran makinelerde en yaygın problemdir. Rotorlarda genellikle eğilme titreşimi olur. Rotor dengesizliğin en büyük nedeni budur. Rotor üzerinde dengelenme işlemi yapılırken başka bir neden, durumu daha da kötüye götürebilir. Bu nedenlerden biri, rotor çatlakları olabilir.

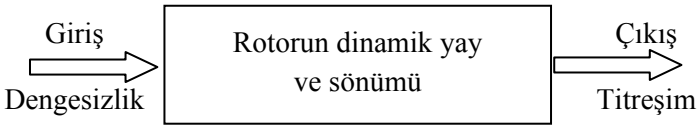
Rotorun kütlesinin radyal yöndeki homojen olmayan dağılımı makinelerde yaygın olarak dengesizliğin sebebidir. Tasarımdaki özel amaçlı eksiklikler, fabrikasyon hataları dengesizliğe neden olabilir. Makine çalışırken meydana gelen erozyon, kopmalar, sıcaklık değişiminden kaynaklanan sebepler de dengesizliğe neden olabilir. Dengesiz bir durumda, rotorun kütle merkezi rotor ekseniyle çakışık değildir. Dengesizlik kütlesi, rotorla beraberdir ve birlikte döner. Bunun sonucunda dengesizlik kuvvetinin ve rotorun frekansı aynıdır. Sabit dönme hızında dengesizlik kütlesine karşın, rotor eliptik bir yörünge üzerinde eğilme titreşimi şeklinde cevap verir. Eğer sistem lineer değilse titreşim daha yüksek dereceden harmonik titreşimlere dönüşür [1].

Makinenin dengelenmesine, dengesizliğin ne çeşit bir titreşim olduğu ve bozulmanın gerçek nedeni araştırılarak başlanır.

Yüzyılı aşkın sürede araştırmacılar makinelerin nasıl dengeleneceği üzerine binlerce makale hazırlamışlardır. Rotor dengelenmesiyle ilgili literatür oldukça geniştir. Dengelenme üzerine yazılan makaleler daha çok Bishop, Parkinson, Kellenberger, Rieger, Tessarzik, Federn, Badgly, Goodman, Lund, Kramer, Darlow, Gunter, Jackson, Shiraki, Kanki, Eshleman, Bassodov, Gusarov, Kushul gibi araştırmacılar tarafından yapılmıştır [2].

Çeşitli üreticiler, ürünleri için bilgisayarlarda kullanılabilecek hazır paket programlar geliştirmişlerdir. Teknisyenler makinenin fiziksel olarak dengeli ya da dengesiz olduğunu anlamaksızın bu programlarla problemi çözerler.

Dönme anında, rotor dengesizliği dönme eksenine dik merkezkaç kuvveti oluşturur. Bu kuvvet rotorun eğilme titreşimini meydana getirir. Bu titreşime "rotorun temel cevabı" da denilir. Şekil 1.1'de bu durum şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 1.1. Rotorun temel cevabı.

Makineyi dengelemek için gerek duyulan pek çok sebep vardır. Rotorun eğilme titreşiminden kaynaklanan dengesizlik, rotor üzerinde küçük gerilimlere neden olur ve sonunda makineye zarar verir.

Dengesizlikten kaynaklanan titreşim makinenin tüm verimini azaltır. Dengesizlik titreşime neden olur. Bunu sonucunda rotorun kendi üzerinde ve destekleyici elemanların üzerinde gerilimin değişimine neden olur. Titreşim yatak kovanlarında, şaftlarda ve dişli gibi elemanlarda aşınmaya neden olabilir. Bu durum servis süresini de kısaltır. Rotor ve desteklerdeki gerilim, yorulma çatlaklarının oluşumuna neden olabilir. Rotorun yüksek eşzamanlı titreşimleri yatak boşluklarına ve bunun neden olduğu

sürtünmelere, hatta çok tahrip edici makine arızalarına neden olabilir. Bunun yanında rotor titreşimleri genellikle hava vasıtasıyla akustik dalgalar halinde yayılır. Titreşimi yakında ki makinelere ve çevreye iletebilir. Dolayısıyla problem diğer makine ve donanımlara da taşınmış olur.

Yukarda belirtilen dengeleme nedenleri makinenin diğer yıkıcı etkilerinden kaynaklanan aşırı titreşimleri ve eşzamanlı titreşimleri azaltmak için kullanılır. Bunun için ilk olarak makinenin titreşim nedenini bulmak gerekir. Nedeni bulmak çoğu zaman zordur. Sonuç olarak doğru olarak dengelemek bilgi yetersizliğinden dolayı imkansız olabilir.

Dengeleme problemi, *rotor üzerinde uygun delikler açarak ya da uygun kütle eklemesi yaparak rotorun denge - kütle dağılımını değiştirerek, eğilme titreşimlerini azaltmak* şeklinde tanımlanabilir. Çoğu zaman rotor üzerinde kütle çıkarmak daha az pratiktir ancak kütle ekleyerek parçanın fırlama ihtimaline karşı daha emniyetlidir. Tam yapılan bir dengelemeden sonra çalışma ve rezonans hızlarının da içinde bulunduğu tüm dönme hızı aralığında rotor titreşimleri aza indirilebilir. Bahsedilen hızlardan kritik hız oldukça önemlidir. Eğer çalışma hızı yüksek olursa, rezonans hızı da yüksek değerlere ulaşabilir. Dengesizlik, dönme frekansının karesiyle orantılı olduğundan, dengesizlik kuvveti dönme hızının artmasıyla daha büyük bir oranda büyür. Bu rezonans hızlardan geçerken tam olarak dengelenmiş bir makine bile, kalkış ve duruşları başarıyla gerçekleştirmeyebilir.

1.2. Aktif Dengelenme

Rotor üzerinde meydana gelen dengesizlik, kaynağı sürekli değiştikçe dengelenmesi daha zor olan bir durum oluşturacaktır. Aktif olarak değişen dengesizlik kütlesi, aktif dengelenme gerekçesini ortaya çıkarmıştır. CD-ROM, DVD, HDD ve çamaşır makineleri gibi yüksek hızlarda dönme hızıyla işlem yapan makinelerde, dengesizlik kütlesi her an değişebileceğinden bu tip cihazlarda aktif dengeleme daha çok kullanışlıdır. Zira, yük ve taşıyıcısı arasında sürekli değişen ve sürtünmeye bağlı dinamik bir ilişki vardır. Tablo 1.1'de, aktif dengeleyicilerin bazı uygulama alanları belirtilmiştir.

CD-ROM'larda yüksek dönme hızı, daha hızlı işlem ve daha yüksek transfer hızı anlamına gelir. Ancak yüksek hızlarda meydana gelen titreşim işlemin kalitesini kötü

yönde etkiler. Bu da okuma hatalarına neden olur. Bu hatalar tank ve uçak gibi askeri araçlarda hedef sapmalarına neden olabilir.

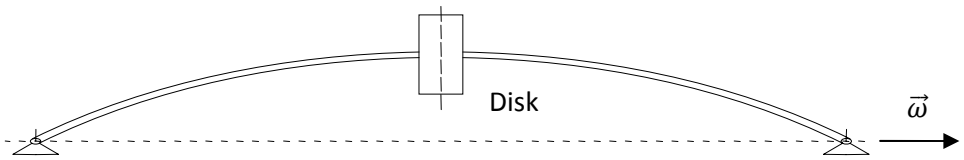
Tablo 1.1 Aktif dinamik dengeleyicilerin uygulama alanları.

Otomobil Uygulamaları	Akışkan Makineleri	Evde Kullanılan Makineler	Makine Araçları	Güç Araçları
Tekerler	Eksenel fanlar	Çamaşır makineleri	Torna tezgahı	Öğütücüler
Krank-Şaftlar	Radyal fanlar	Kurutma makineleri	Öğütücüler	Doldurucular
Fanlar	Pompalar	Tavan fanları	Kesiciler	Deliciler
Su pompaları	Kompresörler			Kesiciler
	Türbinler			

1.3.Yayın Taraması

Rotor üzerinde dengesizlik, kütle ekleyerek ya da çıkararak ortadan kaldırılır ve bu da denge için yeterli olur. Ancak dengesizlik işlem durumuna göre değişiyorsa, sabitleyerek yok edilemez. Dönen mekanizmaların değişen dengesizlikleri, aktif dengeleyicilerle yok edilebilir. Son yıllarda Lee ve Van Moorhem [14] teorik ve deneysel çalışmalar yapmışlardır. Onlar dönen sistemin kritik hızın üzerine çıksalar dahi dengelenebileceğini göstermişlerdir. Ancak bazen, aktif dengelenmenin söz konusu şartlarda neden yetersiz olduğunu açıklayamamışlardır. Bir başka ifadeyle, aktif dengelenmenin gereksinimlerini tam olarak sunamamışlardır.

Şekil 1.2'de Jeffcott rotor modeli görülmektedir. Üzerinde polar koordinat sisteminde lineer olmayan denklemler çıkarılan bu model sonraki yıllarda yapılacak bir çok çalışmamın temelini oluşturmuştur.



Şekil 1.2. Jeffcott rotor modeli [2].

Modelde, esnek silindir kesitli bir şaft ve bu şaftın merkezine yerleştirilmiş bir disk tasarlamıştır. Bu model üzerinde en yakın kritik hız civarında, şaftın eğilme analizleri yapmıştır.

Dengesiz atalet kuvvetlerini dengelemek için dairesel yatak içerisindeki iki toptan ibaret olan rijit rotor dengeleyicilerinden ilk kez 1930'larda bahsedilmiştir. O günden bu güne ilave aletlerle otomatik rijit rotor dengeleyicileri tutku haline gelmiştir. Son zamanlarda otomatik dengeleyiciye olan ilgi ve konu ile ilgili yayınlar gözle görülür oranda artmıştır.

Chung ve Ro [3], Huang ve Chao [4] ve Kang [5], yakın zamanda konuyla ilgili bir takım kavramları yayınlamışlardır. Onlar tek düzlemde otomatik dengeleyicilerin denge dinamiğini ve sistem cevabını sistem parametrelerine bağlı olarak incelemişlerdir. Kang [5] çalışmasında değeri 3000 d/d'yı bulan yüksek hızlarda çalışan optik disk sürücüsüne yerleştirilmiş dengeleyici üzerinde çalışmıştır. Parametrik analizden sonra, top ve akışkanlı yataklar arasındaki dinamik etkileşim tarafından tesir edilen aerodinamik ve diğer dirençlerin etkileri tespit edilmiş ve deneysel sonuçlar tartışılmıştır.

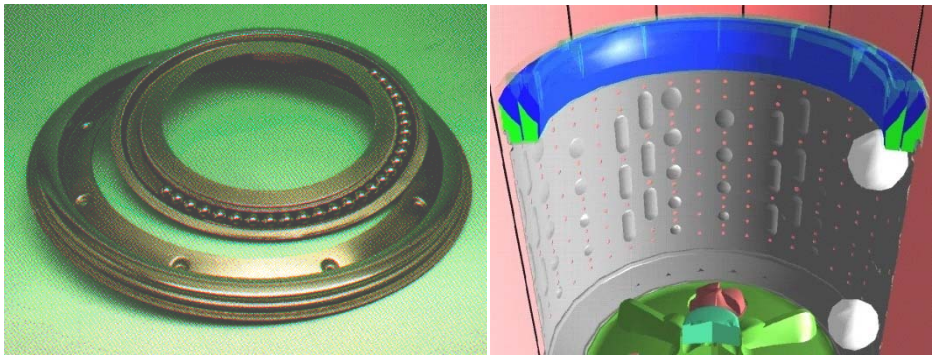
Yayınların pek çoğunda tek düzlemdeki otomatik dengeleyiciler dengesizlik kuvvetini dikkate alarak araştırma yapmışlardır. Ancak çoğu uygulamada dengesizlik kuvvetiyle beraber dengesizlik momentinin de birlikte dikkate alınıp incelenmesi oldukça etkindir. Hedaya ve Sharp [6], iki çevresel yatak ve dört bilyeden oluşan dinamik bir dengeleyici öne sürdüler. Parametrik çalışmalarla beraber denge analizini de sundular. Ayrıca Hedaya ve Sharp'ın deneysel ve simülasyon çalışmaları da oldu.

Daha sonraları Bövik ve Högfors [7], düzlemsel olmayan rotor sistemlerinde konuyu ele aldılar. Sperling ile Duckstein [8] ve Sperling ile Ryzhik [9] da konuyu ayrı ayrı ele aldılar. Ayrıca rotorların dengeleyici donanımlarını incelemişler ve ilk kritik hız üzerindeki titreşimin azalması üzerinde durmuşlardır. Analitik olarak çalışılmış ve bilgisayar simülasyonlarıyla konu doğrulanmıştır.

Bazı uygulamalar, dengeleme için zaman tasarrufu ve daha iyi perfomans elde etmek için, hızın geçiş anında dengelenmesi gerektiğini öngörür. Örneğin bir yüksek hızlı makinede dönme hızı 40 000 d/d ya kadar çıkabilir ve bu hıza ulaşması da 2 sn den daha az sürebilir. Eğer bu makinede aktif dengelenme kullanılırsa, işlem sürecinin artmasından kaçınmak için dengeleme, ivmelenme periyodunda yapılmalıdır. Ek olarak bir rotorun maksimum titremesi genellikle *kritik hızına* ulaşınca meydana gelir. Bu zararlı titreşimden kaçınmak için ivmelenme sırasında dengelemek artık zorunludur.

Zhou ve Shi [10] yeni bir kütle dağıtım bağlantısı kullanarak ivmelenme esnasında dengeleme için adaptif aktif dengelenme şeması geliştirdiler. Ayrıca titreşim kaynaklı dengesizliği azaltmak için yeterli olacak optimum tek düzlemli aktif dengeleme yöntemini de incelemişlerdir. Bu çalışmalar sonunda iki önemli sonuç elde etmişlerdir: Bunların ilkinde sistem dengesizliğini, ivmelenme sürecinde temin etmişler, diğerinde ise genellikle ivmelenme sırasında oluşan iki veya daha fazla titreşim modu olmasına karşın tüm modları dikkate alan bir optimum dengeleme yöntemini elde etmişlerdir.

Chung ve Ro [3], dönen mekanizmalarda değişken olan dengesizliği yok etmek için dinamik dengeleyici bir araç geliştirmişlerdir. Bu araç CD-ROM, DVD sürücülerinde ve çamaşır makineleri gibi pek çok alanda kullanılmıştır. Şekil 1.3'de iki uygulama alanı gösterilmiştir. Chung ve Ro [3], yaptıkları çalışmada aktif dinamik dengeleyicinin dinamik davranışı ve denge analizlerini yapmışlardır. Chung ve Jang [11], Jeffcott rotor modelini aktif dengeleyici ile birlikte sistemi daha tanınmış yapmak için polar koordinatlarda inceleyerek lineer olmayan hareket denklemlerini farklı düzlemlerde çıkarmışlardır. Bu denklemleri kullanarak sistemin denge konumlarını tespit etmişlerdir. Sitemin tasarım sınırlarını belirlemişlerdir.



Şekil 1.3. Aktif dengeleyici kullanılan iki farklı örnek [19].

Bu aktif dengeleyicilerin pek çok alanda kullanılabilmesine karşın onlar hakkında çok az çalışma yapılmıştır. Aktif dinamik dengeleyici önceleri teorik incelenmiş, ancak sistemin neden çalıştığı tam olarak açıklanamamıştır. Zaman zaman bu dengeleyicilerin gereksinimleri sunulmuş fakat iddialar açıkça ortaya konamamıştır.
Chung ve Oh [12],esnek bir diskin lineer olmayan hareket denklemlerini çıkarmış, üç boyuttaki yer değişimlerini incelemişlerdir. Sistemi sayısal olarak çözümleyip, dinamik davranışlarını incelemişlerdir.

Bonello, Brennan ve Holmes [13], geliştirdikleri lineer olmayan rotor sistemi üzerinde çok hızlı çözüm teknikleri geliştirmişlerdir.

Son yıllarda Lee ve Van Moorhem [14] teorik ve deneysel çalışmalar yapmışlardır. Onlar, kritik hızın üzerinde çalışan bir dönel sistemin dengelendiğini göstermişlerdir. Fakat onlar da kritik hızın üzerinde çalışan makinelerde bazı durumlarda aktif dinamik dengeleyicilerin neden başarısız olduğunu açıklayamamışlardır. Bu nedenle sistemin hareket denklemlerini çıkarmışlar ve sıra dışı olan bu denklemlerin denge analizlerini yapmak için de Floquet [16] teoremini kullanmışlardır. Bu teorem çok detaylı ve hesaplama süresi çok uzun olabilir. Bu durum ise denge analizlerinde hassasiyeti yok edebilir. Bu sebeplerle onların çalışmaları tüm dengeleme analizi sürecinde sınırlı bir alanda yapılabilmiştir.

Rajalingham, Bhat ve Rakheja [15], rotor disk içerisine yerleştirilmiş serbest dairesel yiv içerisinde bir top rehberliğinde hareket eden esnek dikey rotorların dengelemesini incelemişlerdir. Referans sistem içerisinde üç bağımsız sistem modeli kullanarak dengeleyici top ve sistem arasındaki etkileşimi incelemişlerdir. Dengeleyici top

üzerindeki merkezi güç onu yiv içerisinde bağıl durma konumuna hareket ettirir. Böylelikle etkileyici rotor dengesizliğini iyileştirir. Rotorun dönme hareketi sırasında dengeleyici topun durağan konumunu incelenmiş ve otomatik dengeleyici tarafından hangi şartlar altında dengesiz rotor titreşiminin nötr edilebileceğini tanımlamışlardır. Sonuçta, rotorun dengesiz dönüş hareketinin otomatik dengeleyici tarafından kritik hızdan daha hızlı bir süratte çalıştığında yok edildiğini görmüşlerdir.

Takip eden yıllarda, aktif dengeleyici bilyelerin lineer olmayan hareket denklemlerini, sayısal hesaplama metotlarıyla inceleyen çalışmalar yapılmıştır. Böylelikle sistemin modellenmesi daha kolay hale gelmiştir.

Wouw, Heuvel ve Nijmeijer [17], otomatik bilyeli dengeleyicilerin performanslarını kuru sürtünmeyle olan ilişkilerini araştırmışlardır. Kuru sürtünmenin denge performansını kötüleştirdiğini göstermişlerdir. Bu sonucu gerek nümerik gerekse deneysel olarak da desteklemişlerdir.

Chao ve Sung [18], yüksek hızlı optik disk sürücülerinde bilyeli aktif dengeleyiciler üzerinde çalışmışlardır. Sistemin hareket denklemlerini çıkarıp, parametrik analiz yaparak aktif dengeleyicini sistemin radyal titreşiminin azalttığını göstermişler ve bunu da deneysel çalışmayla da pekiştirmişlerdir.

Yang, Ong, Sun, Guo ve Lim [20], yaptıkları çalışmada otomatik bilyeli dengeleme sistemlerinin sürtünmeden nasıl etkilendiklerini incelemişlerdir. Sistemin dinamik davranışında sürtünmenin etkisini araştırmak için farklı sürtünme katsayılarında bilyelerin farklı başlangıç konumlarında hareket denklemlerini ele alıp, paket program Matlab ile nümerik çözümü elde edip incelemişlerdir.

Kim, Kwon ve Jean [19], LG Elektronik'in laboratuarlarında DVD sistemlerinde bilyeli dengeleyicilerin tasarımı ve dinamik davranışını incelemişlerdir. Dengeleyici bilyeler kullanarak DVD'lerde datalara (*truck*) ulaşma ve odaklanma ivmelerinin yaklaşık %50 - %60 oranında azaldığını göstermişlerdir.

2. BÖLÜM

AKTİF DENGELEYİCİ HALKA DİNAMİĞİ

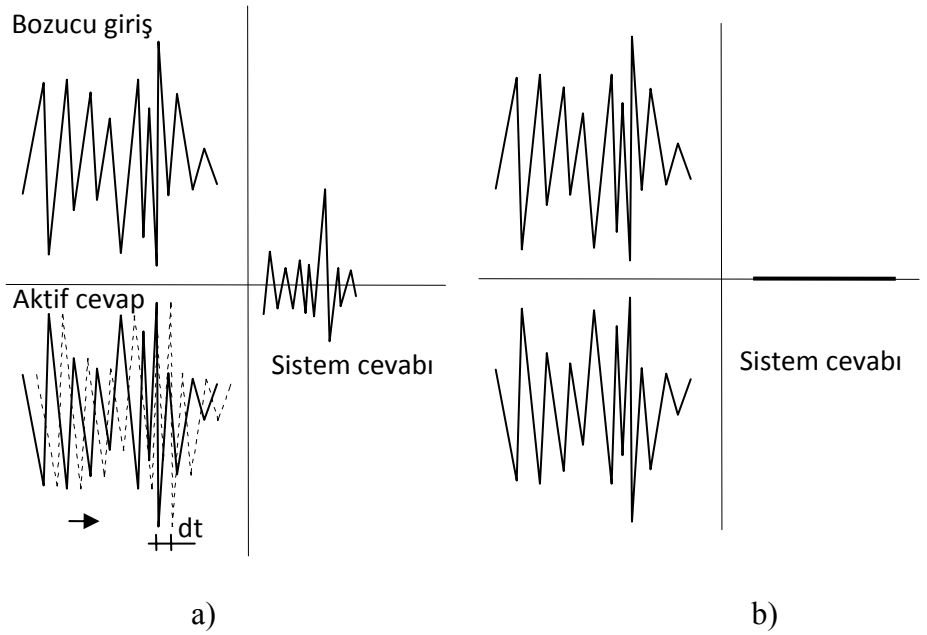
2.1. Giriş

Dengesizliğin olduğu tüm sistemlerde bir dengeleme metodu geliştirilmiştir. Statik, dinamik ve aktif dengeleme bu yöntemlerin temelini oluşturur. Uygulamada farklılık gösteren bu yöntemlerin ortak amacı, kendilerini doğuran sebepleri yok etmektir. Yani statik, dinamik ve aktif dengesizlikleri yok etmektir. Statik ve dinamik dengesizliklerin giderilmesi gelişen bilgisayar teknolojileriyle daha da hız kazanmıştır. Bir otomobil tekerindeki dengesizlik problemi günümüzde 2 dk içinde çözülebilmektedir. Bilgisayar kullanılarak yapılan bu çözümde; denge kütlesinin tam olarak ne kadar ve nereye ekleneceği tespit edilebilir.
Dengesizlik aktif olduğunda ise yani, dengesizliği meydana getiren yüklerin sürekli değişmesi durumunda aktif dengeleme gerekir. Günümüze kadar, kendilerinden söz ettiren *"sarkaç", "bilyeli"* ve *"bilgisayar destekli"* aktif dengeleme yöntemleri en bilinen olanlarıdır.

Bu bölümde, aktif dengeleme halkasının genel bir tanıtımı yapılarak, sistemin nasıl çalıştığı ve beklenen faydaları açıklanmıştır. Temel bir matematiksel modelleme yapılarak, hareket denklemleri çıkarılıp lineerleştirmek için gerekli yöntemler açıklanmıştır. Ayrıca sistemin kararlılık durumu irdelenip, doğru tasarım parametreleri elde edilmeye çalışılmıştır.

Eğer bir titreşim deseninin yansıması elde edilebilseydi ve bu yansıma, uygun kinematik şartlarda birbirlerini yok edecek şekilde tasarlansalardı titreşim yok olurdu. Bozucu bir girişe karşın aktif olarak aynı şiddette ancak zıt yönlü aktif bir cevap hazırlanırsa sistem

hemen kararlı olacaktır (b). Aktif cevaptaki "*dt"* kadar bir gecikme ise (a), sistemin cevabını tahmin edilemeyen ve belkide daha kötü olabilecek bir hale dönüştürür. Bu durum Şekil 2.1'de gösterilmiştir.



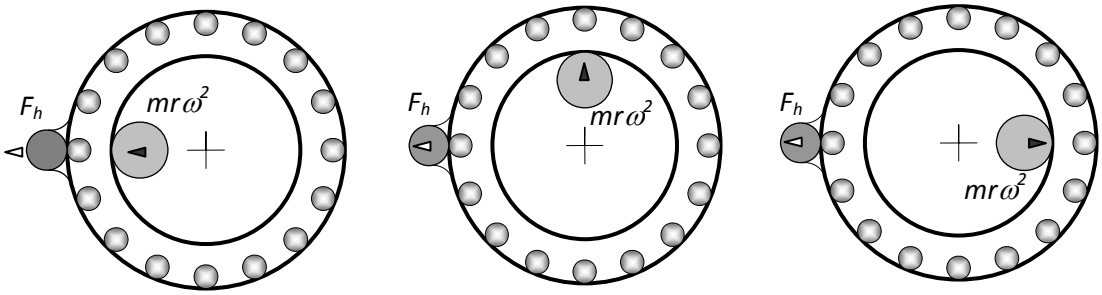
Şekil 2.1. Aktif dengeleme hedefi.

Tamamen mekanik olarak tasarlanan bu aktif dengeleme sisteminde aktif cevabın süresi tasarım parametrelerine, rotorun çalışma hızına ve malzeme gibi etkenlere bağlıdır.

2.2. Dengeleme Halkası Kullanarak Aktif Dengeleme Yöntemi

Aktif Dengeleme Halkası (ADH), rotor üzerindeki dengesizlik kütlesinden kaynaklanan merkezkaç kuvvetini ($mr\omega^2$), halkanın dengesizlik kuvvetinden kaynaklanan merkezkaç kuvvetiyle (F_h) dengelemeye çalışır. Halka üzerindeki dengesiz kütle, rotorda meydana gelecek kaçıklığa bağlı olarak, rotorun temasa geçtiği bilyelerin sayısına ve sürtünmeyle orantılı olarak rotorun dengesizlik kütlesine karşı bir noktada konum almaya çalışır Şekil 2.1'de denge durumunun aşamaları gösterilmiştir. Başlangıçda gerek rotorun, gerekse halkanın kütle merkezlerinin oluşturdukları merkezkaç kuvvetleri aynı yönlü olsalar dahi bir süre sonra kuvvetler zıt yönlü konum alır. Bu durumda sistem dengededir denir.

Sistemin dengeleme süresi, rotorun ve aktif dengeleyici halkanın tasarım değerlerine ve titreşimin şiddetine bağlıdır. Aktif dengeleyici halkanın dış ve iş bilezikleri arasındaki mesafenin geniş oluşu ya da bilyelerin büyük boşluklar oluşturacak kadar küçük olması, rotordaki dengesizliğin halka tarafından hissedilmesini güçleştirir. Bu dengelenmeyi daha da kötüleştirir. Halka, tahmin edilemeyen noktalarda duraklamaya başlar ve zaman zaman rotorla aynı yönlü kuvvetler oluşturur. Bu durum, sistemi kararsızlığa götürür. Optimum dengeleme, rotordaki titreşimin karakterine göre tasarlanıp seçilmiş halka ile sağlanabilir.



Geçiş Anı Rezonans Anı Denge Anı

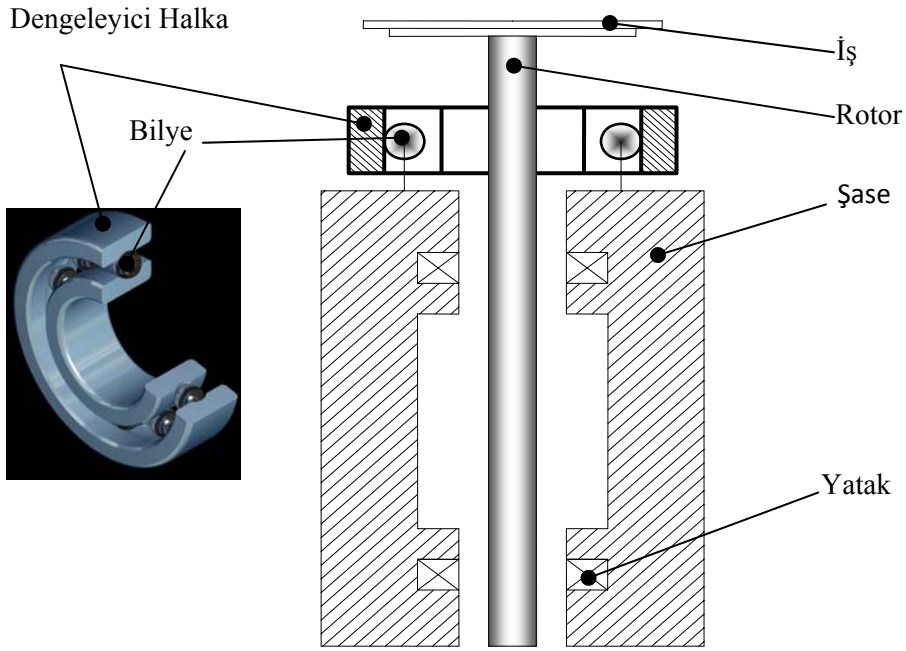
Şekil 2.2. ADH ile dengelenmenin üç aşaması.

Şekil 2.2'de, rotorla birlikte dönen iç halka, bilyeler ve en dışta dengeleyici halka görülmektedir. Rotor, iki noktadan bilyeli yataklarla şaseye desteklenmiştir. Bilyeler, merkezlerinden geçen ve şaseye sabitlenen çelik çubuklar sayesinde kendi eksenlerinde dönebilirler. Bu hareket, bilyeleri tutan kafesin, tek noktasından şaseye sabitlenmesiyle de sağlanabilir.

Kendi ekseni etrafında dönebilen bilyeler sayesinde rotor, bir yönde dönme hareketi yaparken halka ise zıt yönlü dönme hareketi meydana getirir. Sistem kinematiğinin temelini oluşturan bu durum, ancak rotor dengesiz ise gerçekleşir. Zira rotorun dengesiz anında ötelemek isteyeceği bilyeler dış bileziği yani, halkayı harekete geçirir. Denge anında halka harekete geçmez. Bu durum Newton'un 1. kanunuyla da örtüşür: *Dengesiz bir kuvvetin tesiri altında olmamak şartıyla, bir cisim durağan ise durağanlığını, sabit bir hızla hareket ediyorsa hareketini korur.*

Halkalı aktif dengelemenin temelini oluşturan rotor - halka ilişkisi, halkanın bozucu rotor girişine vereceği cevabın süresinin kısalığı, tasarım parametrelerine bağlıdır. Günümüzde bilgisayarlarla yapılan aktif dengelenme sistemleri oldukça pahalıdır ve yüksek hızlı işlemciler gerektirir.

Şekil 2.3'de bilyeli yataklarla desteklenmiş bir rotor, rotor üzerindeki iş dengeleyici halka görülmektedir. Bu şekilde olduğu gibi bilyelerden ikisinin merkezinde de şaseye sabitleme yapılabilir. Rotorun işi ise; CDROM'a yerleştirilmiş bir CD, çamaşır makinesindeki çamaşırlar, araç tekeri gibi değişik çalışma hızlarında dönerek görevlerinin yapan araçlar olabilir.



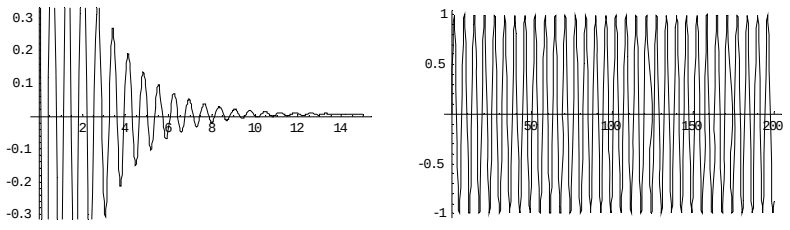
Şekil 2.3. ADH monte edilmiş bir rotor ve işi.

2.3. Aktif Dengeleyici Halkanın Kritik Hıza Etkisi

Millerde kritik hız, milin kendi geometrik ekseni etrafında ki dönme hızının, milin yatak merkezlerine göre olan dönme hızına, yani dolanım hızına, eşitlenmesiyle oluşur. Bu durum istenmeyen bir durumdur zira mil, bu kritik hızda çalışırken lineer olmayan ve önceden tahmin edilemeyen dinamik bir davranış kazanır. Mil, yatağını terk etmeye zorlanır.

Bütün makinelerin bir veya daha fazla kritik hızı vardır ve titreşime neden olur. Bu makineye zarar verir. Kritik hız, dinamik rezonansın bir sonucudur ve rotor, yatak gibi dinamik elemanların tabii frekanslarının bir fonksiyonudur. Tüm dinamik elemanların ise bir veya daha fazla tabii frekansı vardır. Bu frekans bölgelerine yakın olarak çalışılırsa, sistem bundan kötü yönde etkilenebilir. Örneğin tabii frekansı 2000 d/d olan bir rotor; 1980 d/d ve 2020 d/d aralığında, rotorun tabii frekansından etkilenmeden çalışamaz. Kritik hız, dönen bir şaftın şekil modlarıyla karıştırılmamalıdır. Şaftın kendi merkezi etrafında meydana gelen eğilme, rotorun çalışma hızında etkin titreşim frekansını ve titreşimin genliğini artırır. Buna karşın frekansın genliği, kritik hızdaki değerinden daha küçük değerlere azalma eğilimi gösterir.

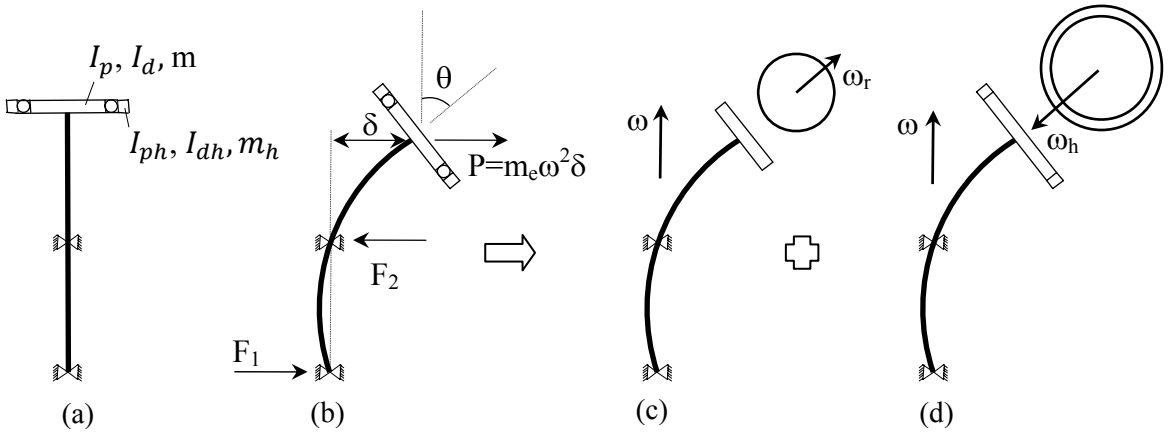
Ayrıca hız değiştikçe kritik hızdan kaynaklanan aşırı titreşim genliği de kaybolur. Şekil 2.3-a'da zamanla yok olan bir titreşim deseni görülmektedir. Modlardan kaynaklanan titreşim ise geniş bir hız arlığında genliğini korur ve hatta aynı aralıkta hızdan bağımsız kalır denilebilir. Şekil 2.3-b'de genliğini koruyan bir titreşim deseni gösterilmiştir. Kütle, serbestlik derecesi ve desteklerin elastikiyeti gibi faktörler dinamik makine elemanlarının özel bir tabii frekansını tanımlar. Bu faktörler rotorun çeşitli çalışma şartlarında cevap karakteristiklerini tanımlar. Her bir kritik hız, farklı titreşim desenlerini oluşturur.



(a) (b)

Şekil 2.4. Kritik hızdan (a) ve tabii frekanstan (b) kaynaklanan titreşimler.

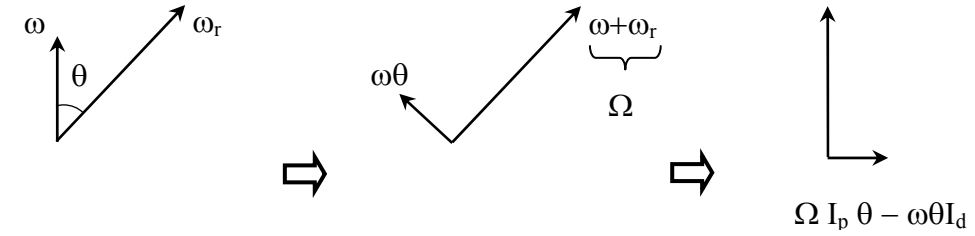
Milin çalışma hızına göre kritik hızın artması ya da azalması bir avantaj olabilir. Örneğin 300 d/d de çalışma hızı olan bir milin kritik hızının 400 d/d'ya çıkarılması; sistemin bu hızdan hiç geçmemesi anlamına gelir. Buna karşın kritik hızın azaltılması da, yüksek hızda çalışan sistemler için ivmelenme süresi kısaltılarak ya da yüksek hıza direk ulaşacağı bir mekanik düzenekle avantaj haline getirilebilir. Böylelikle her iki durumda da sistem, kritik hızla hiç karşılaşmamış olur.



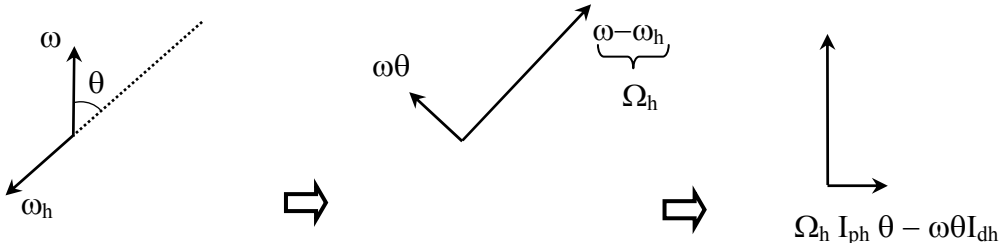
Şekil 2.5. ADH'li rotorda açısal hız vektörleri.

Şekil 2.5'de bir disk ve bir dengeleyici halka yerleştirilmiş ve iki destekle desteklenmiş bir rotor görülmektedir (a) ve (b) de rotorun dolanım hızına ulaştığında aldığı biçim gösterilirken (c) ve (d) de ise, disk ve halka ayrı ayrı gösterilmiştir. Hakanın ve rotorun zıt yönlü açısal hızlarından oluşan açısal momentumlar sistemin genel hareket karakterini oluştururlar. Bir halka ve bir mil, birbirlerinin hareketlerinin yok etmeye çalışırlar. Denge oluşur ve şase üzerinde daha az titreşimler ölçülür. Kritik hız incelenirken disk ve dengeleyici halka arasındaki bilyelerdeki kayıplardan dolayı, halkanın açısal hızı, rotorun açısal hızından daha küçük olacaktır. Ancak bu durum sistemin denge şartı için yeter değildir, zira halkanın ve milin geometrik ve mekanik özellikleri oluşacak momentumların büyüklerinin belirlemede daha çok söz sahibidir. Şekil 2.6'da rotorda ve halkada oluşan momentumlar vektörel büyüklüklerle gösterilmiştir.

Rotor için:



Halka için:



Şekil 2.6. Rotor ve halka için ω (açısal hız)ve H (açısal momentum) diyagramları.

Rotor üzerindeki kuvvet ve moment toplamlarını sıfır kabul eden denge denklemleri yazılarak şaftı eğmeye çalışan moment, denklem (2.1)'deki gibi yazılabilir.

Şafta gelen moment:

$$M = \theta\omega\left[\omega(I_d + I_{dh}) - \left(\Omega I_p + \Omega_h I_{ph}\right)\right] \quad (2.1)$$

Bu ifadeye halkanın da etkisini katmak için yeni tanımlanmış parametreler ilave edilirse denklem (3.4) elde edilir. Burada, eşdeğer olan ifadeler

$$I_e = I_d + I_{dh} \quad (2.2)$$

$$\Omega_e = \Omega I_p + \Omega_h I_{ph} \quad (2.3)$$

biçimindedir.

Parametre dönüşümü yapılıp moment tekrar yazılırsa

$$M = \theta\omega\left[\omega I_{de} - \Omega_e I_{pe}\right] \quad (2.4)$$

elde edilir.

Rotorun merkezkaç kuvvetinden kaynaklanan P kuvveti ve etki eden M momenti dikkate alınarak yazılan eğim ve sehim ifadelerinden, rotorun elastik denklemleri yazılabilir;

$$\alpha_{11}P + \alpha_{12}M = \delta \tag{2.5}$$

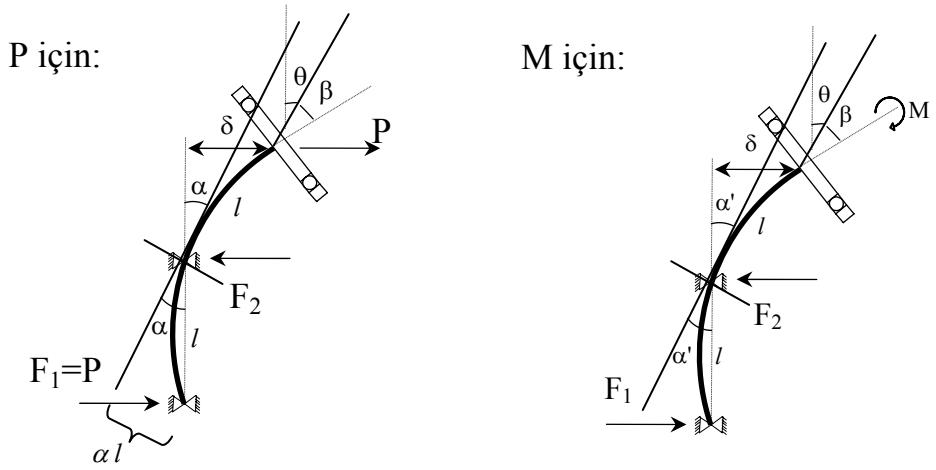
$$\alpha_{21}P + \alpha_{22}M = \theta \tag{2.6}$$

$$P = m_e\omega^2\delta \tag{2.7}$$

$$m_e = m \pm m_h \tag{2.8}$$

Burada α_{nm}, ifadeleri sistemin etki katsayılarıdır. Gerçekte kritik hızı oluşturan sebeplerin en büyüğü de bu katsayılardır. Eğer bir rotor yeterince katı olsaydı kritik hız oluşmazdı.

Denge anında rotor ve halkanın kütle merkezleri zıt yönlü olduklarından eşdeğer kütle m_e sistemin dengede olup olmamasına göre değişir. Dengede olduğunda kütleler çıkarılırken, dengesizlik durumunda kütlelerin toplamı alınır.



Şekil 2.7. Etki katsayıları için P kuvveti ve M momentine ait diyagramlar.

Şekil 2.7'de P kuvveti ve M momenti şafta etki ettiğinde şaftta meydana gelen eğim, sehim ve geometrik semboller görülmektedir. İlk önce şafta P kuvvetinin etki ettiğini düşünelim.

P için;

$$F_2 - F_1 = P \;\rightarrow\; F_2 = F_1 + P \tag{2.9}$$

$$2F_1 l - F_2 l = 0 \;\rightarrow\; 2F_1 - F_2 = 0 \tag{2.10}$$

$$F_1 = P \;\; ve \;\; F_2 = 2P \tag{2.11}$$

$$\alpha_{11} = \frac{\delta}{P}, \qquad \alpha_{12} = \frac{\theta}{P} \tag{2.12}$$

$$\alpha l = \frac{Pl^3}{3EI} \tag{2.13}$$

$$\delta - \alpha l = \frac{Pl^3}{3EI}, \;\; \beta = \frac{Pl^2}{2EI} \tag{2.14}$$

$$\theta = \alpha + \beta = \frac{5Pl^2}{6EI} \tag{2.15}$$

$$\delta = \frac{2Pl^3}{3EI} \tag{2.16}$$

M için;

$$F_1 - F_2 = 0 \;\rightarrow\; F_2 = F_1 \tag{2.17}$$

$$2F_1 l - F_2 l = M \;\rightarrow\; 2F_1 - F_1 = \frac{M}{l} \;\rightarrow\; F_1 = \frac{M}{l} = F_2 \tag{2.18}$$

$$\alpha' l = \frac{\frac{M}{l} l^3}{3EI} \tag{2.19}$$

$$\beta = \frac{Ml}{EI} \tag{2.20}$$

$$\theta = \alpha' + \beta \tag{2.21}$$

$$\alpha_{22} = \frac{\theta}{M} = \frac{4l}{3EI} \tag{2.22}$$

$$\delta - \alpha' l = \frac{Ml^2}{2EI}, \delta = \frac{Ml^2}{2EI} + \frac{Ml^2}{3EI} = \frac{5Ml^2}{6EI} \tag{2.23}$$

$$\alpha_{12} = \frac{\delta}{M} = \frac{5l^2}{6EI} \tag{2.24}$$

Etki katsayıları yerlerine yazıldığında;

$$\alpha_{11} = \frac{2l^3}{3EI}, \qquad \alpha_{12} = \frac{5l^2}{6EI}, \qquad \alpha_{22} = \frac{4l}{3EI} \tag{2.25}$$

$$\delta[\alpha_{11} m_e \omega^2 - 1] + \theta\left[\left(I_{de}\omega - I_{pe}\Omega_{\mathrm{e}}\right)\omega\alpha_{12}\right] = 0 \tag{2.26}$$

$$\delta[\alpha_{12} m_e \omega^2] + \theta\left[\left(I_{de}\omega - I_{pe}\Omega_{\mathrm{e}}\right)\omega\alpha_{22} - 1\right] = 0 \tag{2.27}$$

elde edilir.

Katsayılar determinantı sıfıra eşitlendiğinde:

$$\begin{aligned}\omega^4[m_e I_{de}(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2)] - \omega^3\Omega_{\mathrm{e}}\left[m_e I_{pe}(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2)\right] \\ - \omega^2[\alpha_{11} m_e + \alpha_{22} I_{de}] + \omega\Omega_{\mathrm{e}}\left[I_{pe}\alpha_{12}\right] + 1 = 0\end{aligned} \tag{2.28}$$

α_{nm}' lar yerlerine yazılarak ve $I_{pe} = 2I_{de}$ olduğu dikkate alınarak denklemler yeniden düzenlenirse;

$$\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2 = \frac{8l^2}{9(EI)^2} - \frac{25l^4}{36(EI)^2} = \frac{7l^4}{36(EI)^2} \tag{2.29}$$

$$\begin{aligned}\omega^4\left[m_e I_{de}\frac{7l^4}{36(EI)^2}\right] - \omega^3\Omega_{\mathrm{e}}\left[m_e 2I_{de}\frac{7l^4}{36(EI)^2}\right] - \omega^2\left[\frac{2l^3}{3EI}m_e + \frac{4l}{3EI}I_{de}\right] \\ + \omega\Omega_{\mathrm{e}}\left[2I_{de}\frac{4l}{3EI}\right] + 1 = 0\end{aligned} \tag{2.30}$$

eşitlikleri elde edilir.

Kritik hız, milin açısal hızıyla, kendi geometrik merkezi etrafındaki dolanım hızı birbirine eşit olduğunda oluşur. Bir başka ifadeyle kritik hız $\omega = \Omega_{\mathrm{e}}$ dır.

Bu durumda denklem (2.28) aşağıdaki şekli alır:

$$\omega^4\left[\frac{m_e l^3}{EI}\right]^2\left[\frac{-7I_{de}}{36m_e l^2}\right] + \omega^2\left[\frac{m_e l^3}{EI}\right]\left[-\frac{2}{3} + \frac{4}{3}\frac{I_{de}}{m_e l^2}\right] + 1 = 0 \tag{2.31}$$

$$\gamma = \omega\sqrt{\frac{m_e l^3}{EI}} \tag{2.32}$$

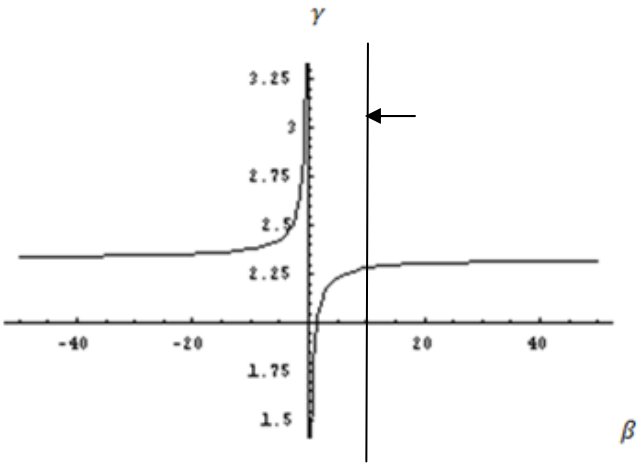
$$\beta = \frac{I_{de}}{m_e l^2} \tag{2.33}$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{48}{7} - \frac{24}{7\beta}\right) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}\left(-\frac{48}{7} + \frac{24}{7\beta}\right)\right]^2 + \frac{36}{7\beta}} \tag{2.34}$$

Burada γ ve β boyutsuz parametrelerdir. Denklem (2.34)'de çözümün var olabilmesi için $\gamma^2 > 0$ olmalıdır. Dolayısıyla "+" işareti dikkate alınır.

$$\gamma^2 = \frac{12}{7}\left(2 - \frac{1}{\beta}\right) + \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - \frac{9}{4\beta} + 4} \tag{2.35}$$

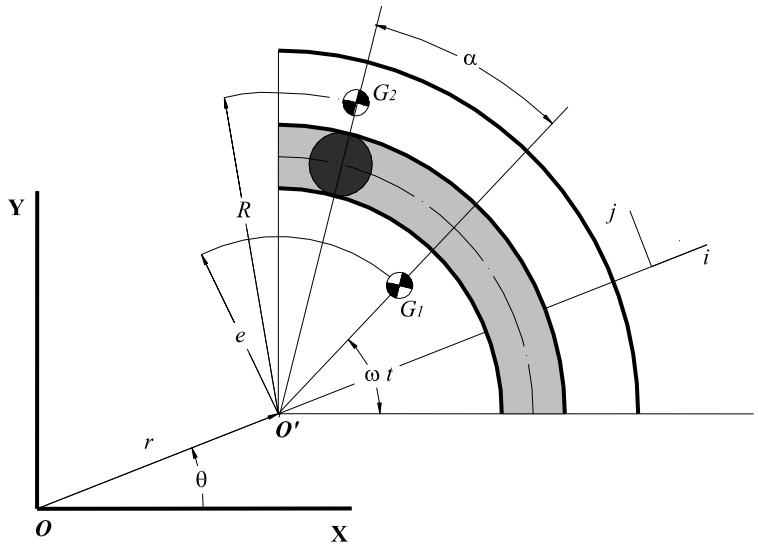
Denge anında, halka ve rotorun dengesizlik kütleleri zıt yönlüdürler ve birbirlerinin etkilerini yok etmeye çalışırlar. Dolayısıyla eşdeğer kütlenin (m_e) azalması söz konusu olur. Yatay asimptotun altında, β ve γ değerleri giderek sıfıra doğru yaklaşmak ister ve dolayısıyla kritik hız azalma eğilimi gösterir. Bu durum Şekil 2.8'de gösterilmiştir. Bu duruma karşın dengesizlik durumunda ise tam tersi bir etki oluşur ve sistemin kritik hızı artma eğilim gösterir. Ek-5'de grafik çizimi gösterilmiştir.



Şekil 2.8. γ′nın β′ ya göre değişimi.

2.4. Sistemin Modellenmesi ve Hareket Denkleminin Elde Edilmesi

Şekil 2.9'da aktif dengeleyici halkayla (ADH) beraber iki tarafından dengelenmiş bir rotor görülmektedir. G_1 rotorun kütle merkezini, G_2 ise halkanın kütle merkezini gösterir. Rotorun kütle merkezindeki kaçıklık, geometrik merkezinden *e* kadar mesafede iken, ADH'nin kütle merkezinin *O*' ne göre mesafesi ise *R*'dir. Rotorun geometrik merkezi ve halkanın merkeziyle kütle merkezini birleştiren doğru *O* noktasında kesişmiştir. Rotor kendi ekseni etrafında ω açısal hızıyla dönerken *O*', *O* etrafında *r* mesafede ve θ açısal konumundadır. Halka serbestçe dönebilir. ADH ve rotor arasında, şaseye sabitlenmiş ve kendi eksenleri etrafında serbest hareket edebilen bilyeler yerleştirilmiştir. Bu bilyeler rotorun hareketini dengeleyici halkaya iletir. Bunun sonucu olarak rotor bir yönde dönerken, dengeleyici halka zıt yönde döner. Bu zıt yönlü hareketler beraberinde zıt yönlü açısal momentumlar getirir. Halkanın ve rotorun açısal momentumları zıt yönlüdür.



Şekil 2.9. Sistemin matematiksel modeli.

Doğrusal olmayan hareket denklemleri Lagrange denklemiyle bulunur.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial R_i}{\partial \dot{q}_i} = 0 \tag{2.36}$$

Burada T kinetik enerji, V potansiyel enerji olup R_i ise Rayleigh foksiyonunu gösterir. q_i'ler ise genelleştirilmiş koordinatlardır. Burada genelleştirilmiş koordinatlar r, θ ve α'dır. Dolayısıyla üç bağımsız denklem elde edilecektir. Denklemler polar koordinatlarda çıkarılmıştır. Bilyelerin kendi eksenleri etrafında dönmesi ve sürtünmeleri ihmal edilmiştir. Saat tersi yönünde θ kadar dönmüş XY eksen takımına göre halkanın ve rotorun ağırlık merkezlerinin bileşenleri (2.37) ve (2.38)'de belirtilmiştir.

$$r_{G_1} = [r + e\cos(\omega t - \theta)]i + esin(\omega t - \theta)j \tag{2.37}$$

$$r_{G_2} = [r + R\cos(\alpha + \omega t - \theta)]i + Rsin(\alpha + \omega t - \theta)j \tag{2.38}$$

ADH ve diske ait toplam kinetik enerji;

$$T = \frac{1}{2} I_{G_1} \omega^2 + \frac{1}{2} M_1 \dot{r_{G_1}} . \dot{r_{G_1}} + \frac{1}{2} I_{G_2} (\alpha + \omega t)^2 + \frac{1}{2} M_2 \dot{r_{G_2}} . \dot{r_{G_2}} \tag{2.39}$$

şeklindedir. Burada disk ve ADH'nin atalet momentleri G_1 ve G_2'ye göre I_{G_1} ve I_{G_2} iken, kütleleri M_1 ve M_2 'dir.

Denklem (2.37) ve (2.38), (2.39)'da yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} T = {} & \tfrac{1}{2}(I_{G_1} + e^2 M_1)\omega^2 + \tfrac{1}{2} I_{G_2} (\alpha + \omega t)^2 + \tfrac{1}{2} M_2 ((\dot{r} - R\sin(\omega t + \alpha - \theta)(\omega + \dot{\alpha} - \dot{\theta}))^2 \\ & + R^2 \sin(\omega t + \alpha - \theta)(\omega + \dot{\alpha} - \dot{\theta})^2) \\ & + \tfrac{1}{2} M_1 (e^2 \cos(\omega t - \theta)^2 (\omega - \dot{\theta})^2 + (\dot{r} + e\sin(\omega t - \theta)(-\omega + \dot{\theta}))^2) \end{aligned} \tag{2.40}$$

elde edilir.

Potansiyel enerji ise;

$$V = \tfrac{1}{2} k r^2 \tag{2.41}$$

biçimindedir. Burada k, sistemin eşdeğer yay sabitidir. Rayleigh foksiyonu ise denklem (2.42)'deki gibidir.

$$R = \tfrac{1}{2} b(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) + \tfrac{1}{2} D\dot{\alpha}^2 \tag{2.42}$$

Burada b sistemin eşdeğer sönüm sabiti ve D ise viskoz sürtünme katsayısıdır. Denklemler (2.41) ve (2.42), (2.36)'da yerlerine yazıldıklarında, lineer olmayan hareket denklemleri elde edilir:

$$(M_1+M_2)(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2)-M_2R\ddot{\alpha}\sin(\alpha+\omega t-\theta) + (\dot{\alpha}+\omega)^2\cos(\alpha+\omega t-\theta)-M_1e\,\omega^2\cos(\omega t-\theta)\ +k\,r+b\,\dot{r}=0 \tag{2.43}$$

$$(M_1+M_2)(r\ddot{\theta}-2\dot{r}\dot{\theta})+M_2R\ddot{\alpha}\cos(\alpha+\omega t-\theta) - (\dot{\alpha}+\omega)^2\sin(\alpha+\omega t-\theta)-M_1e\omega^2\sin(\omega t-\theta)\ +b\,r\dot{\theta}=0 \tag{2.44}$$

$$M_2R\ \ddot{\alpha}+D\dot{\alpha}-M_2R\left(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2\right)S(\alpha+\omega t-\theta) + M_2R\left(r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta}\right)\cos(\alpha+\omega t-\theta)=0 \tag{2.45}$$

2.5. Denklemlerin Lineerleştirilmesi

Denklem (2.43-45), lineer olmayan denklem setidir [23]. Denge analizi için bu tip denklemlerin parametre değişimiyle lineer hale getirilmesi gerekir. Bunun için Floquet teorisi kullanılabilir ancak θ'nın giderek artması çözümü zorlaştıracağından parametre değişimi yapılması gerekir. θ yerine ϕ kullanılabilir.

$$\phi = \omega t - \theta \tag{2.46}$$

Denge denklemleri için

$$\begin{aligned}\dot{r}&\equiv v_r\\ \dot{\phi}&\equiv v_\phi\\ \dot{\alpha}&\equiv v_\alpha\end{aligned} \tag{2.47}$$

notasyon dönüşümleri yapıldı.

Denklem (2.46), (2.43-45)' da yerlerine yazılırsa ve (2.47)' deki yeni notasyon dikkate alınarak altı adet birinci mertebeden diferansiyel denklem yazılabilir. Denge denklemleri matris formunda da yazılabilir.

$$P(q)\dot{q} = Q(q) \tag{2.48}$$

$$q = \{r, \phi, \alpha, v_r, v_\phi, v_\alpha\}^T \tag{2.49}$$

$$Q = \{Q_r, Q_\phi, Q_\alpha, Q_{v_r}, Q_{v_\phi}, Q_{v_\alpha}\}^T \tag{2.50}$$

$M = M_1 + M_2$ olsun.

$$M = \begin{bmatrix} M & 0 & -M_2 S \\ 0 & M\,r & -M_2 C \\ -M_2 RS & -M_2 RrC & M_2 R^2 \end{bmatrix} \tag{2.51}$$

$$Q_r = v_r \tag{2.52}$$

$$Q_\phi = v_\phi \tag{2.53}$$

$$Q_\alpha = v_\alpha \tag{2.54}$$

$$Q_{v_r} = (M_1 + M_2) r(\omega - v_\phi)^2 - cv_r - kr + M_1 e\omega^2 \cos\phi + M_2 R(v_\alpha + \omega)^2 \cos(\alpha_i + \phi) \tag{2.55}$$

$$Q_{v_\phi} = 2(M_1 + M_2) v_r(\omega - v_\phi) + cr(\omega - v_\alpha) - M_1 e\omega^2 + \sin\phi - M_2 R(v_\alpha + \omega)^2 \sin(\alpha + \phi) \tag{2.56}$$

$$Q_{v_\alpha} = -Dv_\alpha - M_2 Rr(\omega - v_\phi)^2 \sin(\alpha_i + \phi) - 2M_2 Rv_r(\omega - v_\phi)\cos(\alpha + \phi) \tag{2.57}$$

$$S = \sin(\alpha + \phi),\ C = \cos(\alpha + \phi) \tag{2.58}$$

Denge konumunda hız değerlerinin sıfır olduğu kabul edildi. Yani:

$$Q(q_0) = 0 \tag{2.59}$$

$$q_0 = \{r_0, \phi_0, \alpha_0, v_{r_0}, v_{\phi_0}, v_{\alpha_0}\}^T \tag{2.60}$$

Burada "0" altindisi, ait olduğu parametrenin denge halini sembolize eder. Dolayısıyla hız değerleri, v_{r_0}, v_{ϕ_0} *ve* v_{α_0} sıfırdır. Bu durum denklemleri daha basit bir hale dönüştürür.

$$[k - (M_1 + M_2)\omega^2] r_0 - M_2 R\omega^2 \cos(\alpha_0 + \phi_0) = M_1 e\omega^2 \cos\phi_0 \tag{2.61}$$

$$b\omega r_0 - M_2 R\omega^2 \sin(\alpha_0 + \phi_0) = M_1 e\omega^2 \sin\phi_0 \tag{2.62}$$

$$r_0 \sin(\alpha_0 + \phi_0) = 0 \tag{2.63}$$

Eğer sistem dengede ise $r_0 = 0$

$$\frac{e}{R} + \frac{M_2}{M_1}\cos\alpha_0 = 0 \tag{2.64}$$

$$\sin\alpha_0 = 0 \tag{2.65}$$

olur.

Sistem dengede değil ise $r_0 \neq 0$

$$r_0 = \frac{zM_2R\omega^2[k - M\omega^2] \pm \sqrt{[k - M\omega^2] + [1 + (zM_2R/M_1e)^2]b^2\omega^2}}{[k - M\omega^2]^2 + b^2\omega^2} \tag{2.66}$$

$$\phi_0 = \tan^{-1}\frac{b\omega r_0}{[k - M\omega^2]r_0 - zM_2R\omega^2} \tag{2.67}$$

$$\alpha_0 = z\pi - \phi_0 \tag{2.68}$$

Burada *z,* denge halkasının ağırlık merkezinin konumuna bağlı bir tamsayıdır.

$$z = \sum_{i=1}^{n}(-1)^i \tag{2.69}$$

Denklem (2.66)'de, köklü kısmın karmaşık ya da negatif çıkması durumunda r_0 değeri için gerçek kök yok demektir. Yani; sistemde denge halkasının olmadığı anlamına gelir. Bu durumda parametreler ikiye düşer;

$$r_0 = \frac{M_1 e\omega^2}{\sqrt{(k - M_1\omega^2)^2 + b^2\omega^2}} \tag{2.70}$$

$$\phi_0 = \tan^{-1}\frac{b\omega}{k - M_1\omega^2} \tag{2.71}$$

Denklemleri lineerleştirmek için pertürbasyon metodu kullanıldı. Denge konumundan ε_q kadar çok küçük sapmalar olduğu kabul edildi. Bu durumda genleştirilmiş koordinatlar;

$$q = q_0 + \varepsilon_q \tag{2.72}$$

$$\varepsilon_q = \left\{\varepsilon_r, \varepsilon_\phi, \varepsilon_\alpha, \varepsilon_{v_r}, \varepsilon_{v_\phi}, \varepsilon_{v_\alpha}\right\}^T \tag{2.73}$$

şeklinde yazılabilir.

Denklem (2.48)' de yeni q değeri yerine yazılırsa

$$A\left(q_0 + \varepsilon_q\right)v_q = B\left(q_0 + \varepsilon_q\right) - B(q_0) \tag{2.74}$$

Denge anındaki A ve B değerlerine, A_0 ve B_0 denilirse;

$$A_0 v_{\varepsilon_q} = -B_0\varepsilon_q + O(\varepsilon_q) \tag{2.75}$$

elde edilir.

Burada, $O(\varepsilon_q)$ çok küçük olduğundan ihmal edilebilir. Bu durumda eşitlik,

$$A_0 v_{\varepsilon_q} = -B_0\varepsilon_q \tag{2.76}$$

şeklini alır.

Burada,

$$B_0 = \begin{bmatrix} b & 2M\omega r_0 & 2M_2R\omega C_0 \\ -2M\omega & -br_0 & -2M_2R\omega S_0 \\ 2M_2R\omega C_0 & 0 & D \end{bmatrix} \tag{2.77}$$

$$K_0 = \begin{bmatrix} k - M\omega^2 & -\omega^2(M_1 e\cos\phi_0 + M_2RC_0) & M_2R\omega^2C_0 \\ b\omega & -\omega^2(M_1 e\sin\phi_0 + M_2RS_0) & M_2R\omega^2S_0 \\ M_2R\omega^2S_0 & M_2R\omega^2 r_0\ S_0 & M_2R\omega^2 r_0\ S_0 \end{bmatrix} \tag{2.78}$$

$$S_0 = \sin(\alpha_0 + \phi_0),\quad C_0 = \cos(\alpha_0 + \phi_0\ ) \tag{2.79}$$

dır.

Şimdi sistemin hareket denklemini yeniden ele alalım. Matris formunda denklem (2.80)'i elde ederiz.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [B]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\} \tag{2.80}$$

$[B]$ matrisi, köşegen matris olmadığından, sistemin hareket denklemini iki bölüme ayırabiliriz.

$$[M]\{\ddot{q}\} - [M]\{\dot{q}\} = \{0\} \tag{2.81}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix}[0] & [M]\\ [M] & [B]\end{bmatrix}}_{\bar{A}}\begin{Bmatrix}\{\ddot{q}\}\\ \{\dot{q}\}\end{Bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix}-[M] & [0]\\ [0] & [K]\end{bmatrix}}_{\bar{B}}\begin{Bmatrix}\{\dot{q}\}\\ \{q\}\end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{Bmatrix}\{0\}\\ \{Q\}\end{Bmatrix}}_{\bar{F}} \tag{2.82}$$

$\overline{\mathrm{A}}$ ve $\overline{\mathrm{B}}$ matrisleri 2*n*x2*n* boyutlarındadır. Burada *n*, genelleştirilmiş koordinat sayısıdır. Sistemin cevabını genelleştirilmiş koordinatların hızlarını da dikkate alarak genişletilmiş bir biçimde yazabiliriz:

$$\{x\}_{2nx1} = \begin{Bmatrix}\{\dot{q}\}\\ \{q\}\end{Bmatrix} \tag{2.83}$$

$$\bar{A}\{\dot{x}\} + \bar{B}\{x\} = \bar{F} \tag{2.84}$$

Sistemde herhangi bir dış zorlanma olmadığını kabul edelim. Bu durumda $\bar{F} = 0$ dır. Sistemin homojen çözümü ise;

$$\{x\} = \{\emptyset^*\}e^{\lambda^*} \tag{2.85}$$

formundadır.

Bu durumda eşitlik:

$$\lambda^*\bar{A}\{\emptyset^*\} + \bar{B}\{\emptyset^*\} = 0 \tag{2.86}$$

ya da,

$$\bar{B}\{\emptyset^*\} = -\lambda^*\bar{A}\{\emptyset^*\} \tag{2.87}$$

biçiminde yazılabilir. Bu ifade bir özdeğer problemidir.

Çözümün 2x3=6 özdeğeri $\{\lambda_r^*\}$ ve altı özvektörü $\{\phi_r^*\}$ vardır. Özvektör ise;

$$\{\phi_r^*\} = \{\Re\ \Phi\ \mho\ \dot{\Re}\ \dot{\Phi}\ \dot{\mho}\ \}^T \tag{2.88}$$

$$r = 1 \ldots 6$$

2.6. Kararlılık Analizi

Denge durumu, denklem (2.59) da belirtilen lineer denklemler kullanılarak incelenmiştir. Bu denklemde çözümün

$$\{x\} = \{\emptyset^*\}e^{\lambda^* t} \tag{2.89}$$

gibi olduğu düşünüldü. Bu çözümde λ^*, özdeğeri belirtirken $\emptyset^*$ ise, özvektörü belirtir. Denklem (2.66), denklem (2.59) da yerine yazılıp gerekli sadeleştirmeler yapıldığında karşımıza tanıdık özdeğer problemi çıkar.

$$\{\dot{x}\} = \lambda^*\{\emptyset^*\}e^{\lambda^* t} \tag{2.90}$$

$$|\bar{B}_0 + \lambda^* \bar{A}_0| = 0 \tag{2.91}$$

Eğer tüm özdeğerlerin gerçek kısmı negatif ise sistem dengededir. Buna karşın eğer en az bir özdeğerin gerçek kısmı pozitif ise, sistem kararsızdır denir. Karakteristik denklem (2.86)'nın çözümü özdeğerleri verir. Bu denklem λ'nın kuvvetlerinde polinom halinde yazılabilir.

$$\sum_{i=0}^{6} a_i \lambda^i = 0 \tag{2.92}$$

Burada ω_n, sistemin denge halkasız tabi frekansını belirtir.

$$\omega_n = \sqrt{k/M} \tag{2.93}$$

$$\alpha_0 = \pm \tan^{-1} \sqrt{(RM_2/eM_1)^2 - 1} \tag{2.94}$$

Denklem (2.94)'de çözümün var olabilmesi için denge halkası ve disk kütleleri arasında aşağıdaki ilişkinin olması gerekir.

$$\frac{M_2}{M_1} \le \frac{e}{R} \tag{2.95}$$

Denge durumunda ϕ^* tanımlı değildir. Karakteristik denklem çözülürken (2.74) nolu denklem incelendiğinde, toplam altı bilinmeyen olduğu görülür. Ancak bir bilinmeyen daha vardır ϕ^*. Toplam yedi denklem vardır ancak altı denklemle çözüm imkansızdır. Bu problem bir denklem daha tanımlayarak aşılabilir.

$$\sin^2\phi^* + \cos^2\phi^* = 1 \tag{2.96}$$

Karakteristik denklem (2.86), çözüldüğünde elde edilen katsayılar aşağıdaki gibidir (Ek-4):

$$a_0 = -(\bar{e}^2 + 2\bar{m})(\bar{e}^2 - 2\bar{m} - 4\bar{m}^2) \tag{2.97}$$

$$a_1 = 8\bar{m}^2(1+\bar{m}_1)(\bar{\gamma} + 2\bar{m}\bar{\gamma} + 2\xi) \tag{2.98}$$

$$a_2 = 4\bar{m}^2(2 + 2\bar{m} + \bar{\gamma}^2 + 4\bar{m}\bar{\gamma}^2 + 4\bar{m}^2 + 8\bar{\gamma}\zeta + 12\bar{m}\bar{\gamma}\zeta + 4\zeta^2) - 4(\bar{e}^4 - 2\bar{m}^2 - 4\bar{e}^2\bar{m}^2 - 6\bar{m}^3 - 4\bar{m}^4)\bar{\omega}^2 \tag{2.99}$$

$$a_3 = 8\bar{m}^2[(2\bar{\gamma} + 3\bar{m}\bar{\gamma} + 2\xi + 2\bar{\gamma}^2\xi + 4\bar{m}\bar{\gamma}^2 + 4\bar{\gamma}\xi^2) + (2\bar{\gamma} + 7\bar{m}\bar{\gamma} + 6\bar{m}^2\bar{\gamma} + 2\xi + 8\bar{m}\xi)\bar{\omega}^2] \tag{2.100}$$

$$a_4 = 4\bar{m}^2(1 + 2\bar{\gamma}^2 + 4\bar{m}\bar{\gamma}^2 + 8\bar{\gamma}^2 + 4\bar{\gamma}^2\xi^2) + 8\bar{m}^2(-1 + 4\bar{m} + \bar{\gamma}^2 + 4\bar{m}^2\bar{\gamma}^2 - 4\bar{m}^2\bar{\gamma}^2 + 4\bar{\gamma}\xi + 12\bar{m}\bar{\gamma}\xi + 2\xi^2)\bar{\omega}^2 + (-6\bar{e}^4 + 4\bar{m}^2 + 24\bar{e}^2\bar{m}^2 + 24\bar{m}^3 + 32\bar{m}^4)\bar{\omega}^4 \tag{2.101}$$

$$a_5 = 8\bar{m}^2[\bar{\gamma}(1 + 2\bar{\gamma}\xi) + 2\bar{\gamma}(-1 + \bar{m} + \bar{\gamma}\xi + 2\bar{m}\bar{\gamma}\xi + 2\xi^2)\bar{\omega}^2 + (\bar{\gamma} + 5\bar{m}\bar{\gamma} + 6\bar{m}^2\bar{\gamma} - 6\bar{m}\xi)\bar{\omega}^4] \tag{2.102}$$

$$a_6 = 4\bar{m}^2\bar{\gamma}^2 - 8\bar{m}^2\bar{\gamma}^2(1 + 2\bar{m} - 2\xi^2)\bar{\omega}^2 + 4\bar{m}^2(-2\bar{m} + \bar{\gamma}^2 + 4\bar{m}\bar{\gamma}^2 + 4\bar{m}^2\bar{\gamma}^2 + 12\bar{m}\bar{\gamma}\xi)\bar{\omega}^4 - 4(\bar{e}^4 + 4\bar{e}^2\bar{m}^2 - 2\bar{m}^3 - 4\bar{m}^4)\bar{\omega}^6 \tag{2.103}$$

Burada ξ, sistemin eşdeğer sönüm faktörüdür.

$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{M_2 k}} \tag{2.104}$$

Burada $\overline{m}, \overline{\gamma}, \overline{\omega}, \overline{e}$ boyutsuz parametrelerdir.

$$\overline{m} = \frac{M_2}{M_1},\ \overline{\gamma} = \frac{D}{M_2 R^2 \omega_n^2},\ \overline{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n},\ \overline{e} = \frac{e}{R} \tag{2.105}$$

Bu boyutsuz parametreler kullanılarak Routh-Hurwitz kriterine göre sistemin denge sınırları belirlenebilir.

Dengesiz konumda yani, $r_0 \neq 0$ için

$$\frac{r_0}{R} = \frac{2\overline{m}\overline{\omega}^2[1-(1+2\overline{m})\overline{\omega}^2] + \overline{e}\overline{\omega}^2\sqrt{[1+(1-2\overline{m})\overline{\omega}^2]^2 + \left[1-\left(\frac{2\overline{m}}{\overline{e}}\right)^2\right](2\xi\overline{\omega})^2}}{[1-(1+2\overline{m})\overline{\omega}^2]^2 + (2\xi\overline{\omega})^2} \tag{2.106}$$

$$\phi_0 = \tan^{-1}\frac{2\xi\overline{\omega}r_0}{[1-(1+2\overline{m})\overline{\omega}^2]r_0 - 2R\overline{m}\overline{\omega}^2} \tag{2.107}$$

$$\alpha_0 = -\phi_0 \tag{2.108}$$

Denklem (2.106- 108), Chung ve Ro [3] nun $r_0 \neq 0$ için elde ettikleri denklemlerle benzerlik gösterir. Bu denklemler (2.109-111) de gösterilmiştir. $\bar{\varepsilon}$, boyutsuz kaçıklık oranı, $\overline{m}$ boyutsuz formada bir bilyenin kütlesinin milin kütlesine oranı, ϕ_1^*, ϕ_2^* ise iki bilyenin açısal yerdeğiştirme parametreleridir. Bu şaşırtıcı değildir zira, bilye sayısı bir kabul edildiğinde halka ile benzer parametrelere sahip olabilirler.

$$\frac{r^*}{R} = \frac{2\overline{m}\overline{\omega}^2[1-(1+2\overline{m})\overline{\omega}^2] + \bar{\varepsilon}\overline{\omega}^2\sqrt{[1-(1+2\overline{m})\overline{\omega}^2]^2 + \left[1-\left(\frac{2\overline{m}}{\bar{\varepsilon}}\right)^2\right](2\xi\overline{\omega})^2}}{[1-(1+2\overline{m})\overline{\omega}^2]^2 + (2\xi\overline{\omega})^2} \tag{2.109}$$

$$\phi^* = \tan^{-1}\frac{2\xi\overline{\omega}r^*}{[1-(1+2\overline{m})\overline{\omega}^2]r^* - 2R\overline{m}\overline{\omega}^2} \tag{2.110}$$

$$\phi_1^* = \phi_2^* = -\psi^* \tag{2.111}$$

2.7. Aktif Dengeleme Halkasında Sayısal Çözüm

Önceki bölümlerdeki denge analizlerini doğrulamak ve sistemin dinamik davranışını incelemek için lineer olmayan denklemleri zamana bağlı olarak çözmek gerekir. Bunun için Mathematica [22] paket programı kullanılmıştır. Program tabanında 4. dereceden Runge Kutta [21] sayısal çözüm metodu kullandığından, sınır şartları belirlenirken interpolasyon yapabileceği çalışma aralıkları seçilmiştir. Çözümler 10 sn'lik zaman aralıkları için elde edilmiştir. Çünkü; sayısal çözümler yüksek özellikli işlemciler gerektirir ve uzun süreli çözümler çok zaman almaktadır. Daha uzun zaman aralıklarında programın çözümsüzlüğe gittiği gözlenmiştir. Paket program belirli değerlerde interpolasyon yapamamıştır. Ek-2'de çözümün kodları belirtilmiştir.

3. BÖLÜM

DENEYSEL ÇALIŞMA

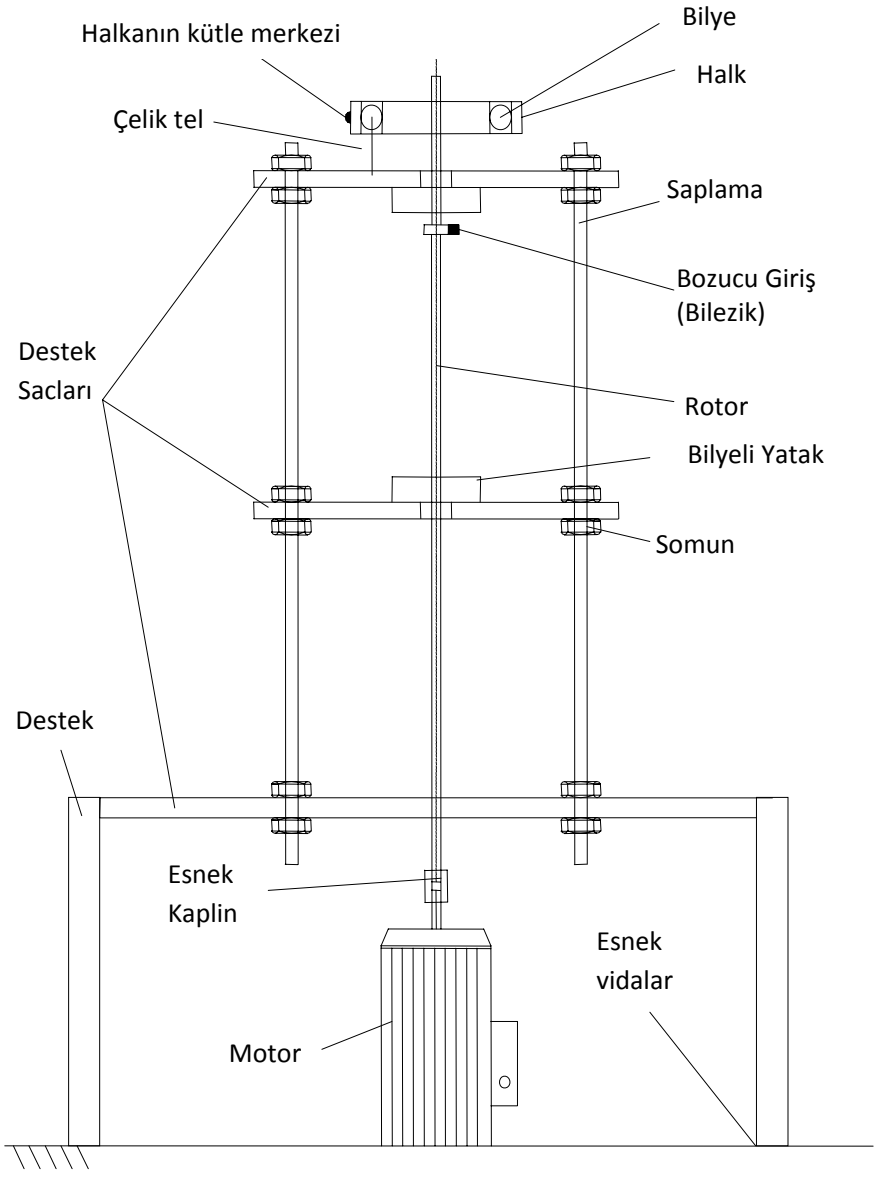
3.1. Giriş

Deneysel çalışmanın amacı; hazırlanan deney düzeneği üzerinde aktif dengeleyici halka kullanarak ve kullanmadan şasenin ivme cevaplarını farklı hızlarda elde ettikten sonra, birbirleriyle karşılaştırmaktır. Ayrıca elde edilen bu deneysel sonuçları aynı şartlarda, sayısal sonuçlarla da mukayese edip sayısal sonuçların doğruluğunu kontrol etmektir.

3.2. Deney Düzeneği

Şekil 3.1'de deneysel düzenek şematik olarak gösterilmiştir. Yatay düzleme dik olarak yerleştirilen rotor, iki adet küçük destek sacıyla bilyeli yataklarla beraber desteklenmiştir. Üçüncü ve büyük olan destek sacı zemine basacak ayaklarla bağlantıyı sağlmıştır. Üçüncü sacın daha büyük olmasının nedeni rotor hızlandıkça sistemin devrilme ihtimalini azaltmaktır. Ayaklar, içi boş et kalınlığı 4.3 mm olan çelik borudan yapılmış olup içleri beton ile doldurulmuştur. Böylelikle ayakların ağılıkları arttırılmıştır. Şase daha katı hale getirilmiştir. Destek saclarının üçü de birbirlerine saplamalarla bağlanmıştır. Somun kullanılarak, saclar arası mesafeler ve sacların dengeleri sağlanmıştır. Rotor ve motor mili arasında kaplin görevini sağlayacak esnek - silindirik bir parça kullanılmıştır. Ayrıca destekler zemine esnek pullu vidalarla sabitlenmiştir. Böylece motordan ve zeminden gelebilecek istenmeyen titreşimler mümkün olduğunca aza indirilmeye çalışılmıştır. Üstteki bilyeli yatağın hemen altına dengesizlik oluşturmak için bir bilezik takılmıştır. Bu dengesiz kütleyi, aktif dengelemek içinse halka üzerine küçük bir somun kaynatılmıştır. Dengeleyici halka

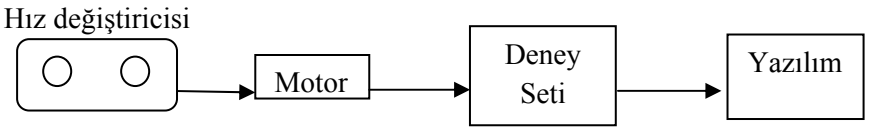
teorisinin temelini oluşturan zıt yönlü açısal momentumları meydana getirecek hareket, bilye bileziğinin herhangi bir noktasından delinerek geçen ve şaseye sabitlenen çelik bir tel ile sağlanmıştır. Telin çelikten seçilmesinin nedeni; kalıcı şekil değişikliklerine imkan tanımamaktır.



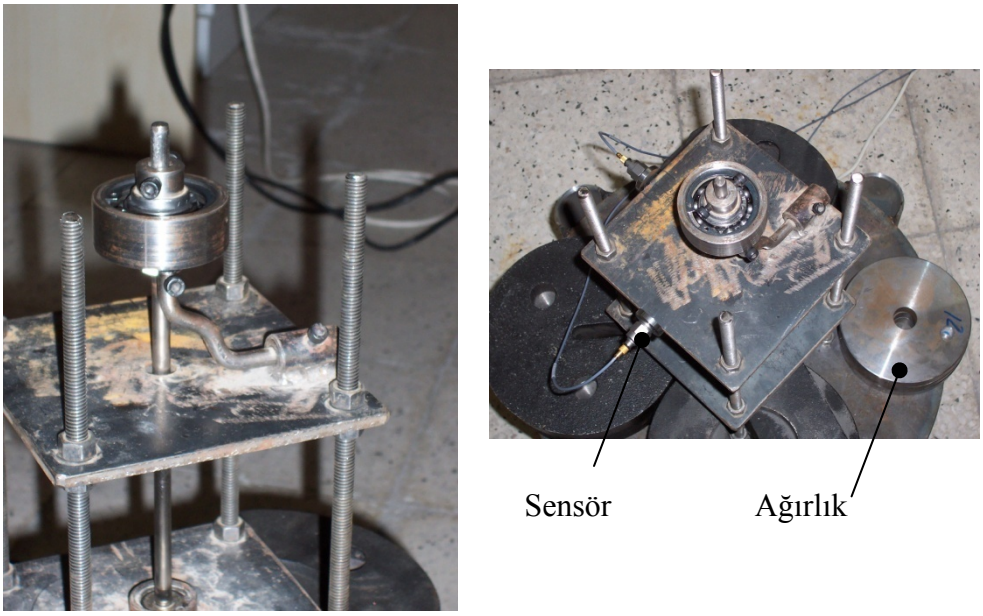
Şekil 3.1 Deney düzeneği.

Deneyde bir adet frekans değiştiricisi, bir adet ivme ölçer ve bir bilgisayar kullanılmıştır.Frekans değiştiricisiyle hızı sabitlenen motor, rotoru tahrik ederken titeşim değerleri manyetik sensörlerle bilgisayara aktarılmıştır. Bu durum Şekil 3.2'de gösterilmiştir.

Titreşim değerleri, radyal değişimin ivmesi olarak elde edilmiştir. Aktif dengeleyici hakalı sistemin farklı açısal hızlarda elde edilen ivme cevapları sonuç bölümünde verilmiştir. Sonuçlar, Matlab paket yazılımıyla grafik haline getirilmiştir. Şekil 3.3'de deneysel düzeneğin fotoğrafları gösterilirken Şekil 3.4' de ise dengeleyici halka gösterilmiştir.



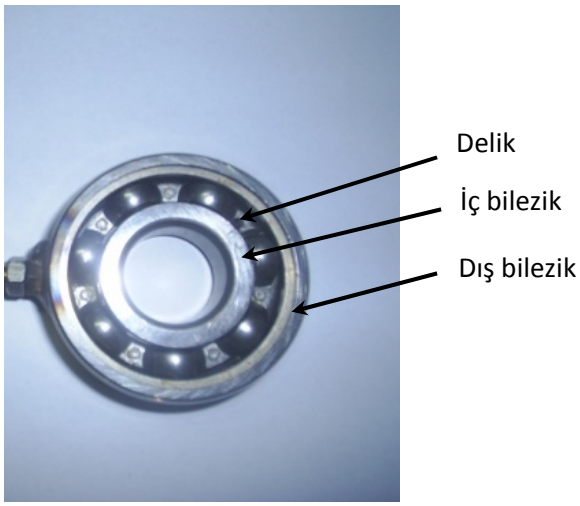
Şekil 3.2. Deneysel düzeneğin blok diyagramı.



Şekil 3.3. Deney düzeneğinden fotoğrafalar.

Destek sacları üzerine ağırlıklar eklenerek deney setinindaha katı olması sağlanmıştır. Dolayısıyla setteki en büyük titreşimin, sensörlerin yerleştirildiği noktalarda olması sağlanmıştır. Sensörler birbirlerine dik olarak yerleştrilmişlerdir. Fazladan bir ayar yapılmaması içinde en üstteki destek sacı yapılırken kenarların birbirine dik olmasına özen gösterilmiştir. Böylece sensorler doğrudan üst destek sacına yerleştirilmişlerdir Şekil 3.3. Rotorun dikey olarak hareket etmemesi için, rotor ve motor mili arasında kullanılan esnek kaplin ile önlenmiştir. Kaplin sıkı geçmiştir.

Aktif dengeleme halkası ve dış kısmına yerleştirilen kütle Şekil 3.4'de görülmektedir. Halka, bir bilyeli yataktan elde edilmiştir. Dış bilezik halka olarak kullanılırken içteki ise mile takılmıştır. Bilye bileziği üzerinde açılan delik, pimlerden birinin çıkarılmasıyla elde edilmiştir ve çelik telin geçeceği çaptadır.



Şekil 3.4. Dengeleyici halka.

4. BÖLÜM

SONUÇ VE ÖNERİLER

4.1. Giriş

İkinci bölümde aktif dengeleyici halkanın temel çalışma prensibi anlatılarak haraket denklemleri çıkarılmıştır. Sistemin analitik olarak çözülebilmesi için denklemler pertürbasyon yöntemi kullanılarak lineerleştirilmiştir. Hareket denklemlerinden yararlanılarak problem bir özdeğer problemi haline getirilip, karakteristik polinom elde edilerek sistemin kararlılığı incelenmiştir. Dengeleyici halka kullanımının kritik hıza alan etkisi ayrıca ele alınıp; halkanın kritik hızı azalttığı gösterilmiştir.

Üçüncü bölümde sistemin hareket denklemleri lineerleştirilmemiş halde Mathematica paket programı yardımıyla çözülmüştür. Programın 4.dereceden Runge Kutta metodu kullandığı dikkate alınarak sınır şartları özel olarak belirlenmiştir.

Tüm sonuçlarda aktif dengeleyici halka kullanımının uygun parametrelerde, titreşim genliğini azalttığı görülmüştür.

4.2. Teorik Sonuçlar

Bu bölümde sonuçlar analitik ve sayısal olmak üzere iki kısımda incelenmiştir. Gerek analitik gerekse sayısal sonuçlarda sistemin aktif dengeleyici halkalı ve halkasız cevapları ayrı ayrı ele alınmıştır.

Deneysel çalışmada kullanılan parametreler analitik ve sayısal çalışmalarda kullanılmayıp her bir teorik çalışmada ayrı ayrı veriler kullanlarak, dengeleyici halkalı

ve halkasız sistemin verdiği cevap, grafiklerde daha açık gösterilmeye çalışılmıştır. Kullanılan veriler paket programda grafikleri daha belirleyici yapmıştır. Deneysel çalışmada zamana bağlı ivme büyüklüğü ölçülmüştür. Bu nedenle, analitik çözüm için zaten değişkenlerin hız ve ivme büyüklükleri sıfır kabul edilerek hareket denklemleri lineerleştirildiğinden, analitik ve deneysel karşılaştırma yapılamaz. Analitik olarak sadece mil merkezini radyal değişimi gösterilebilir.

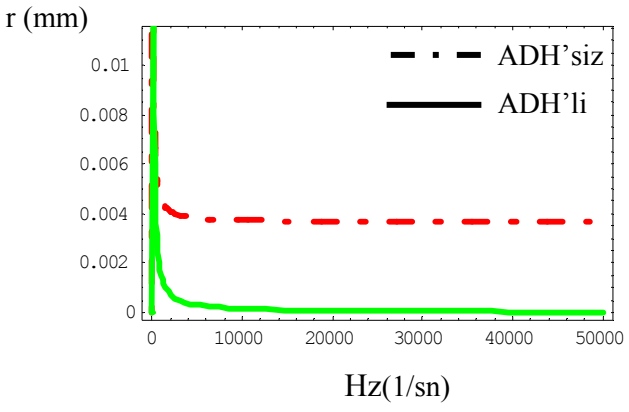
4.2.1. Analitik Sonuçlar

Tablo 4.1'deki değerler dikkate alınarak, aktif dengeli halka kullanarak ve aktif dengeleyici kullanmadan rotorun radyal yöndeki değişimi, açısal hıza bağlı olarak grafikler halinde gösterilmiştir. Bu grafiklerin çiziminde denklem (2.66) esas alınmıştır.

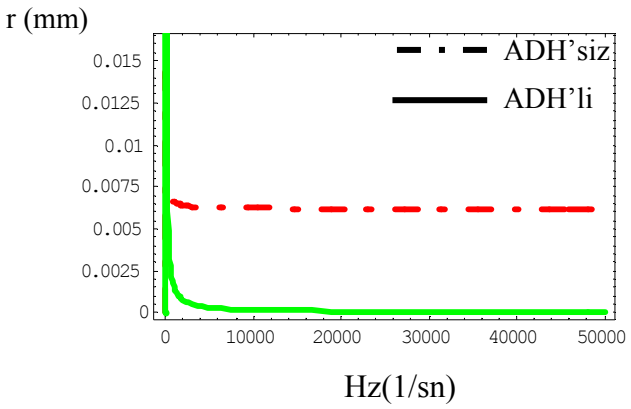
Tablo 4.1 Analitik çözüm için kullanılan ortak bilgiler.

R (m)	m_1 (kg)	e (m)	b (Nms^2)	k (N/m)
0.04	1	0.041	300	125

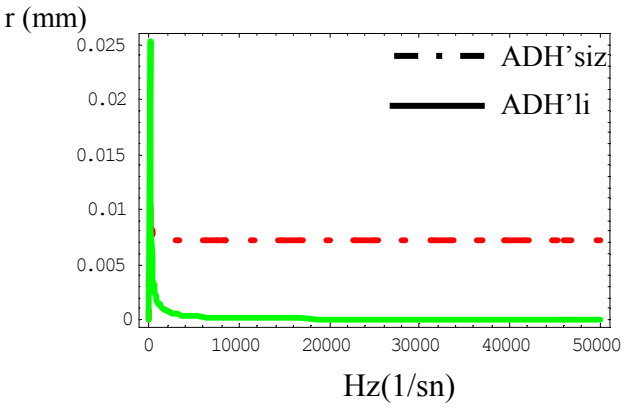
Daha önce denklem (2.94)'de ifade edildiği gibi dengeleyici halka hareketinin olması için $M_2 R \leq M_1 e$ olması gerekir. Bu ilişki dikkate alınarak M_2 dengeleyici kütlesinin değeri arttırıldığında, aktif dengeleyici halka kullanılmasına rağmen *r*'nin giderek kötüleştiği ve genliğinin arttığı görülmüştür (Şekil 4.1 - 4.4). Ek-6'da yazılım kodları belirtiilmiştir.



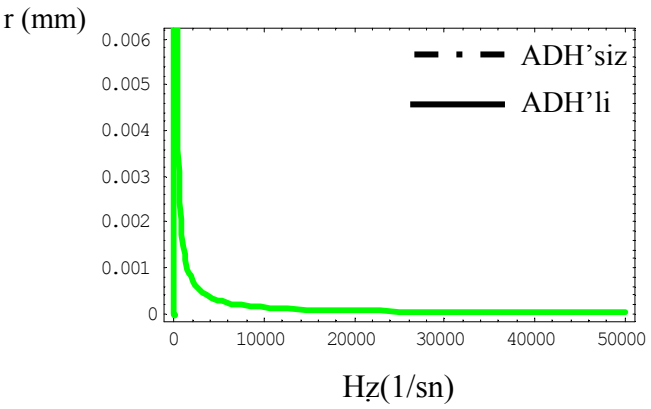
Şekil 4.1. m_2=0.2 kg değeri için radyal değişim.



Şekil 4.2. m_2=0.4 kg değeri için radyal değişim.

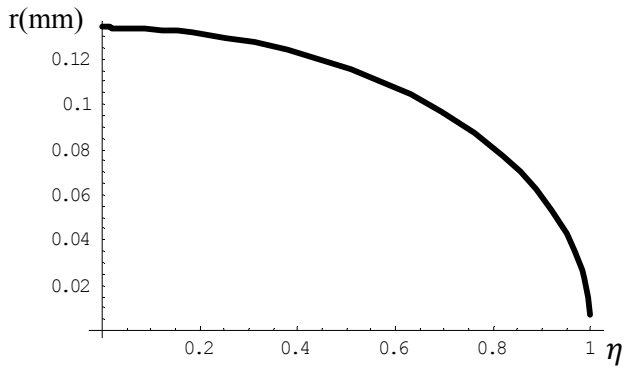


Şekil 4.3. m_2=0.5 kg değeri için radyal değişim.



Şekil 4.4. m_2=1 kg değeri için radyal değişim.

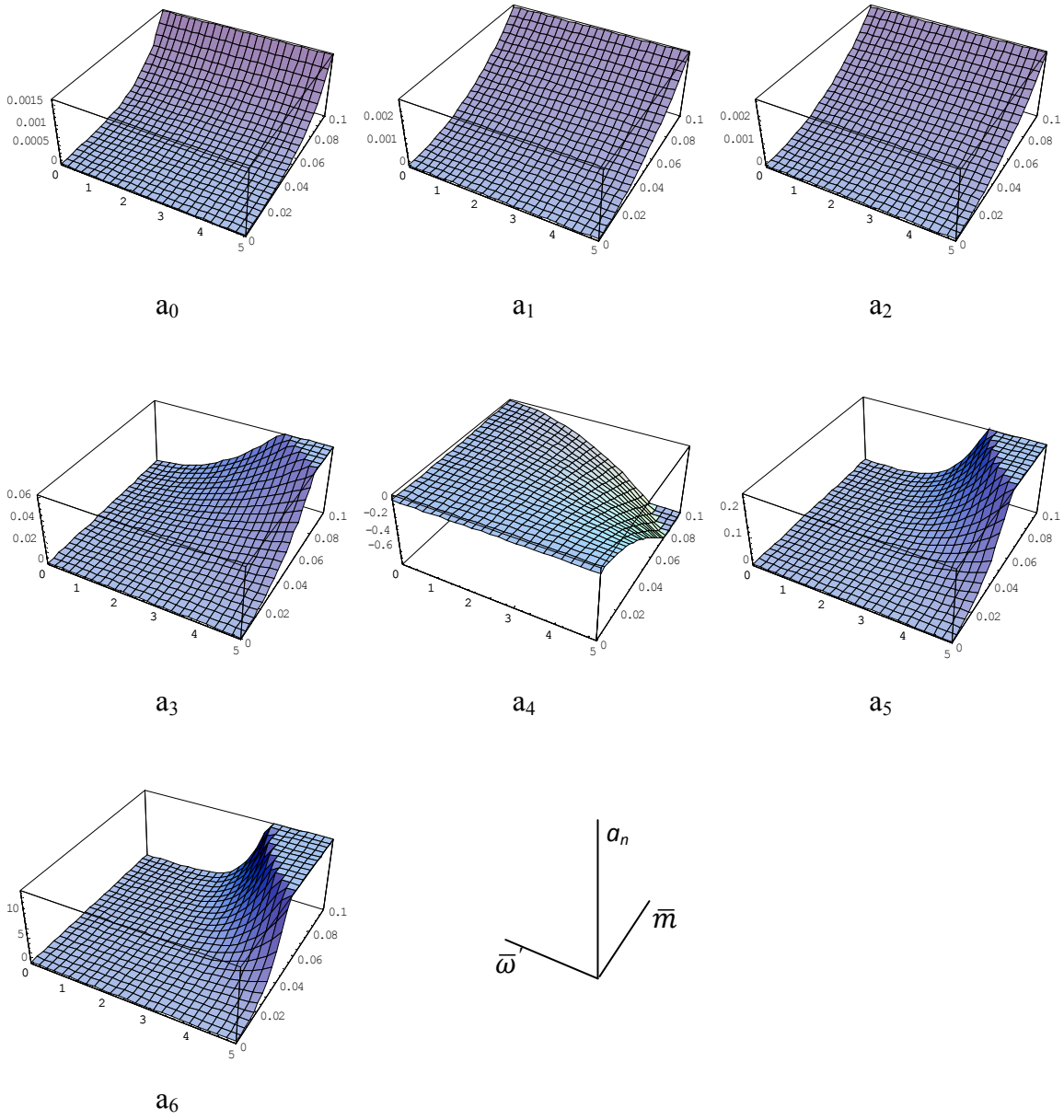
Denklem (2.94)'den faydalanarak $\eta = M_2 R/M_1\, e$ biçiminde bir boyutsuz etki katsayısı tanımlayalım. Sistemin geometrisi sabit kalırken M_2 değerini yani, dengeleyici halkanın kütlesini arttıralım. Bu durumda *r,* parabolik olarak azalacaktır (Ek-1).



Şekil 4.5. Etki katsayısına karşı radyal değişim.

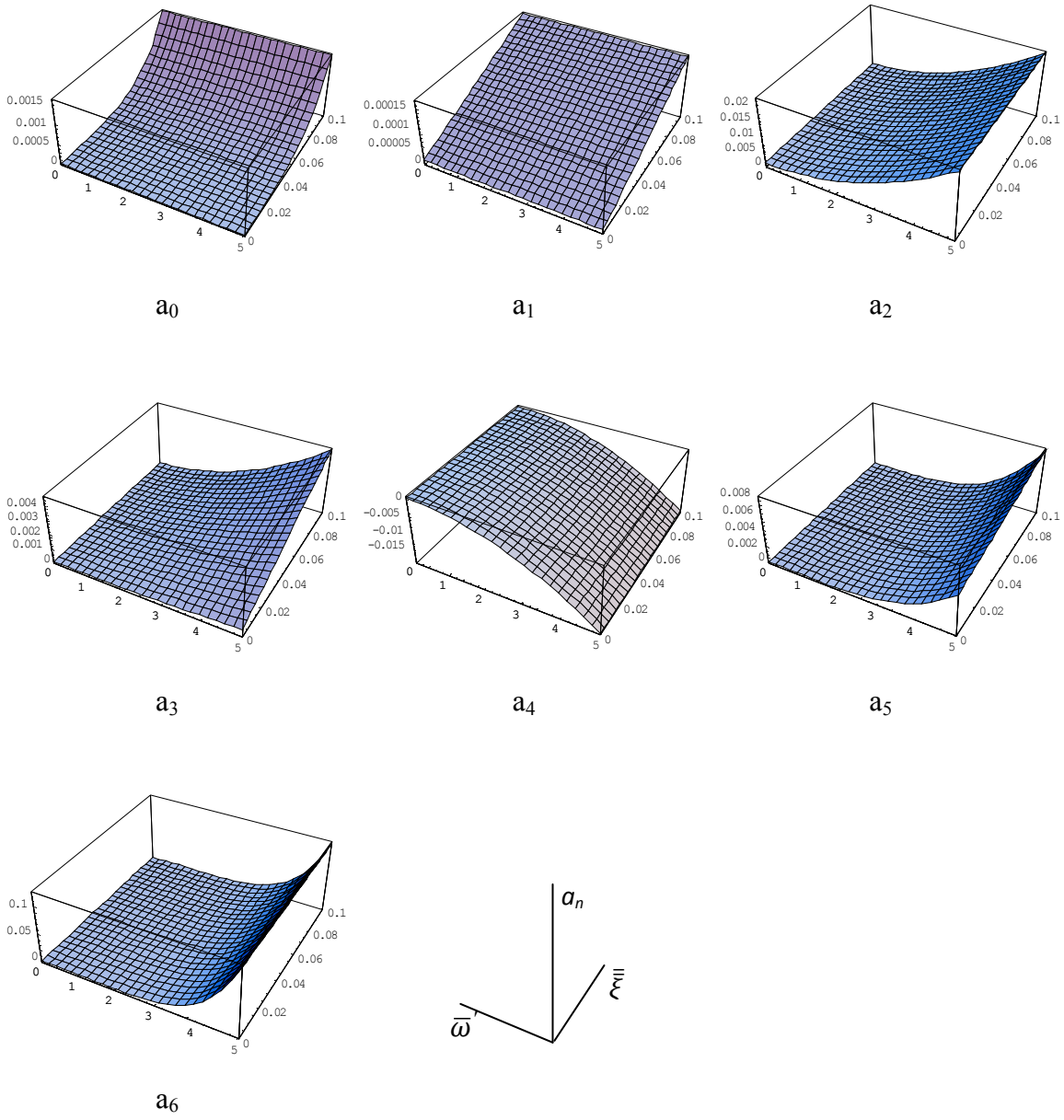
Dengeleyici halkanın etkisi tasarım sınırları içerisinde arttıkça, sistem daha hızlı dengelenecektir. Ancak etki çok büyük olursa aktif dengeleyici halka ters bir dinamik tepki göstererek, sistem cevabının daha da kötüleşmesine neden olur.

Karaklılık kriterleri belirlerinirken, aktif dengeleyici halkalı sistemin karekteristik polinomu üzerinde Routh Hurwitz kriteri uygulanmıştır. Bu kritere göre polinomun tüm katsayıları aynı işaretli olmalıdır. Sistem parametrelerinin boyutsuz formda $\bar{m},\ \bar{\omega}, \bar{e},\ \bar{\xi},\ \bar{\gamma}$ olduğu dikkate alnarak $\bar{m}-\bar{\omega}$, $\bar{\xi}-\bar{\omega}$, $\bar{\gamma}-\bar{\omega}$, $\bar{e}-\bar{\omega}$ ve $\bar{e}-\bar{m}$ ilişkileri ayrı ayrı incelenmiştir. Ek-3'de katsayılar grafiklerinin kodları belirtilmiştir.

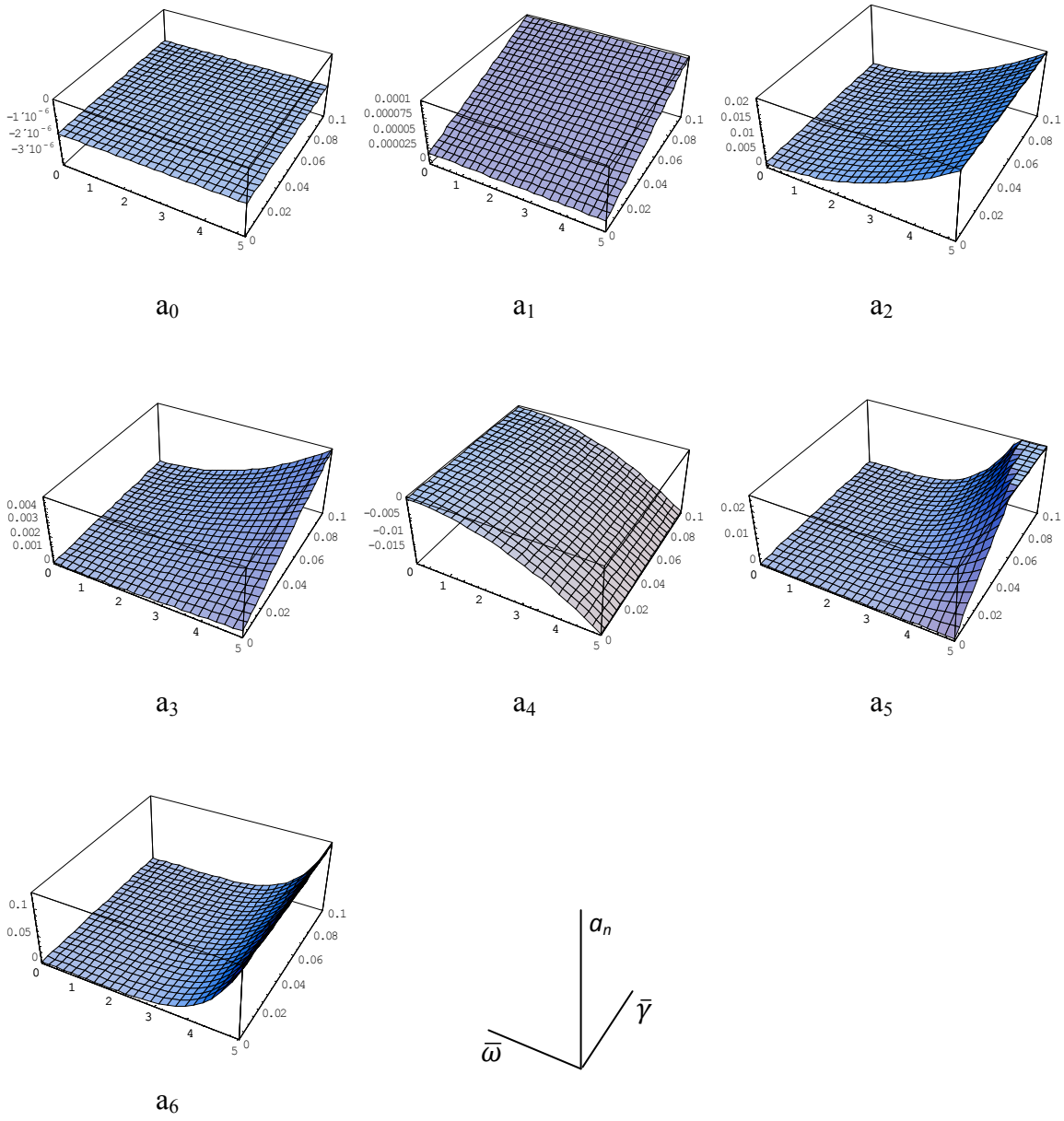


Şekil 4.6. $\bar{m}$ ve $\bar{\omega}'$nin kararlılık değişimi, $\bar{\xi} = \bar{\gamma} = 0.01$.

Şekil 4.6 ve Şekil 4.7'de, katsayılardan sadece a_4, daima negatiftir. Dolayısıyla kararlılık bölgesi, diğer katsayıların grafiklerinde yüzeylerin alt bölgelidir.

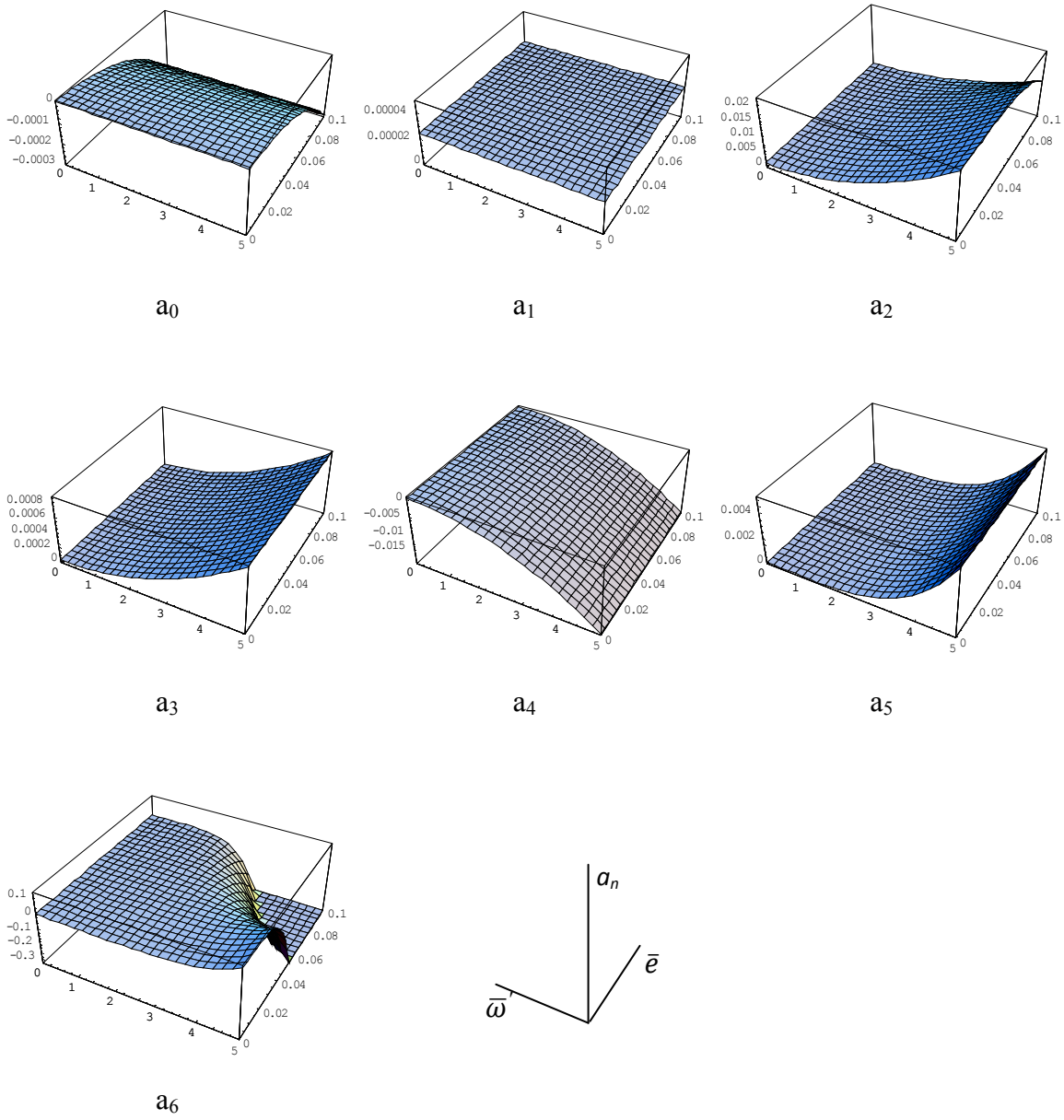


Şekil 4.7. $\bar{\xi}$ ve $\bar{\omega}'$nin kararlılık değişimi, $\bar{e} = \bar{\gamma} = 0.01$.



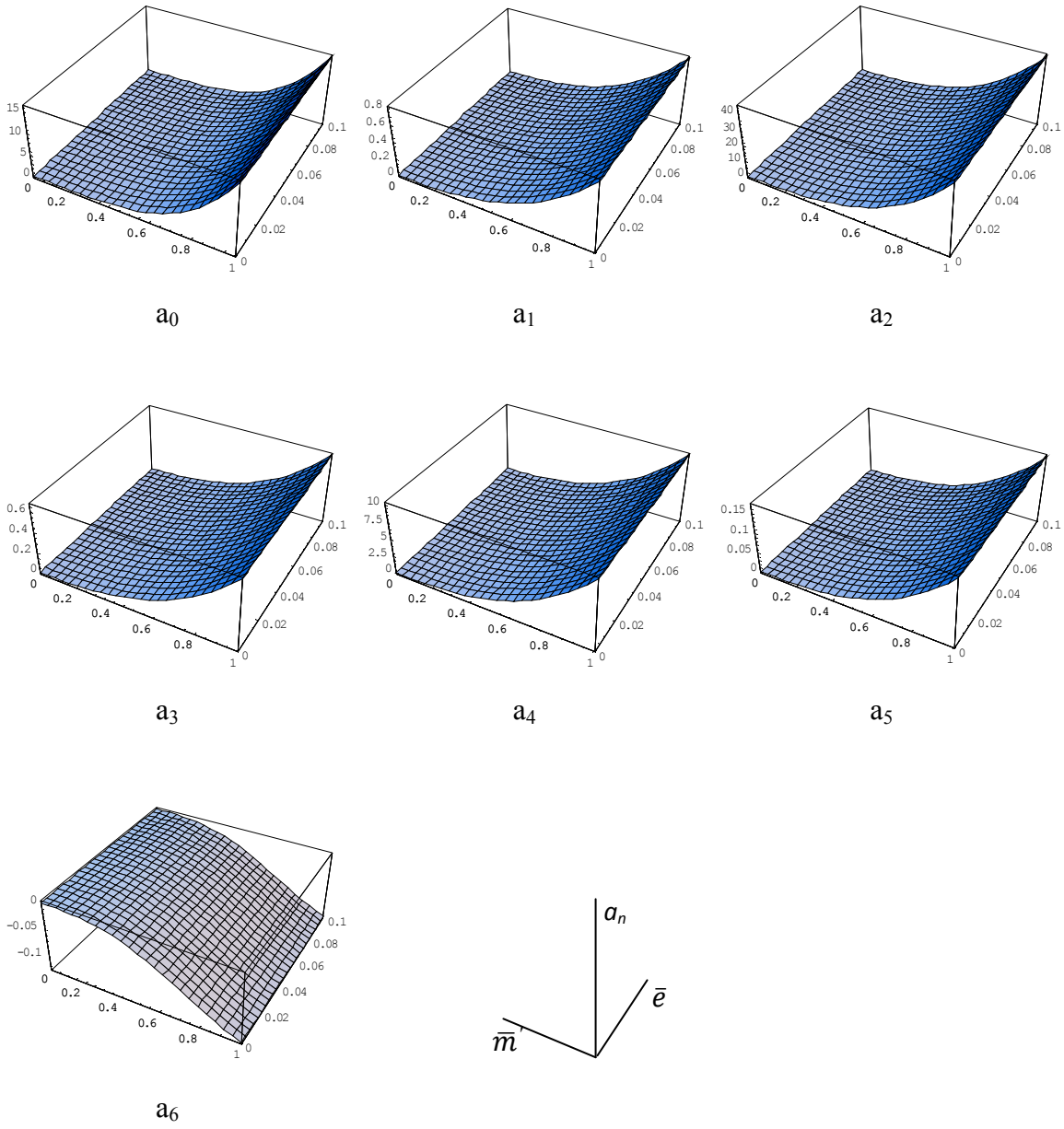
Şekil 4.8. $\bar{\gamma}$ ve $\bar{\omega}$ nin kararlılık değişimi, $\bar{e} = \bar{\xi} = 0.01$.

Şekil 4.2.8' de, a_0 ve a_4 katsayıları daima negatiftir. Diğer katsayıların da negatif olmaları gerekir. Diğer katsayıların grafiklerinde, yüzeylerin alt bölgeleri kararlı bölgeleri tanımlar.



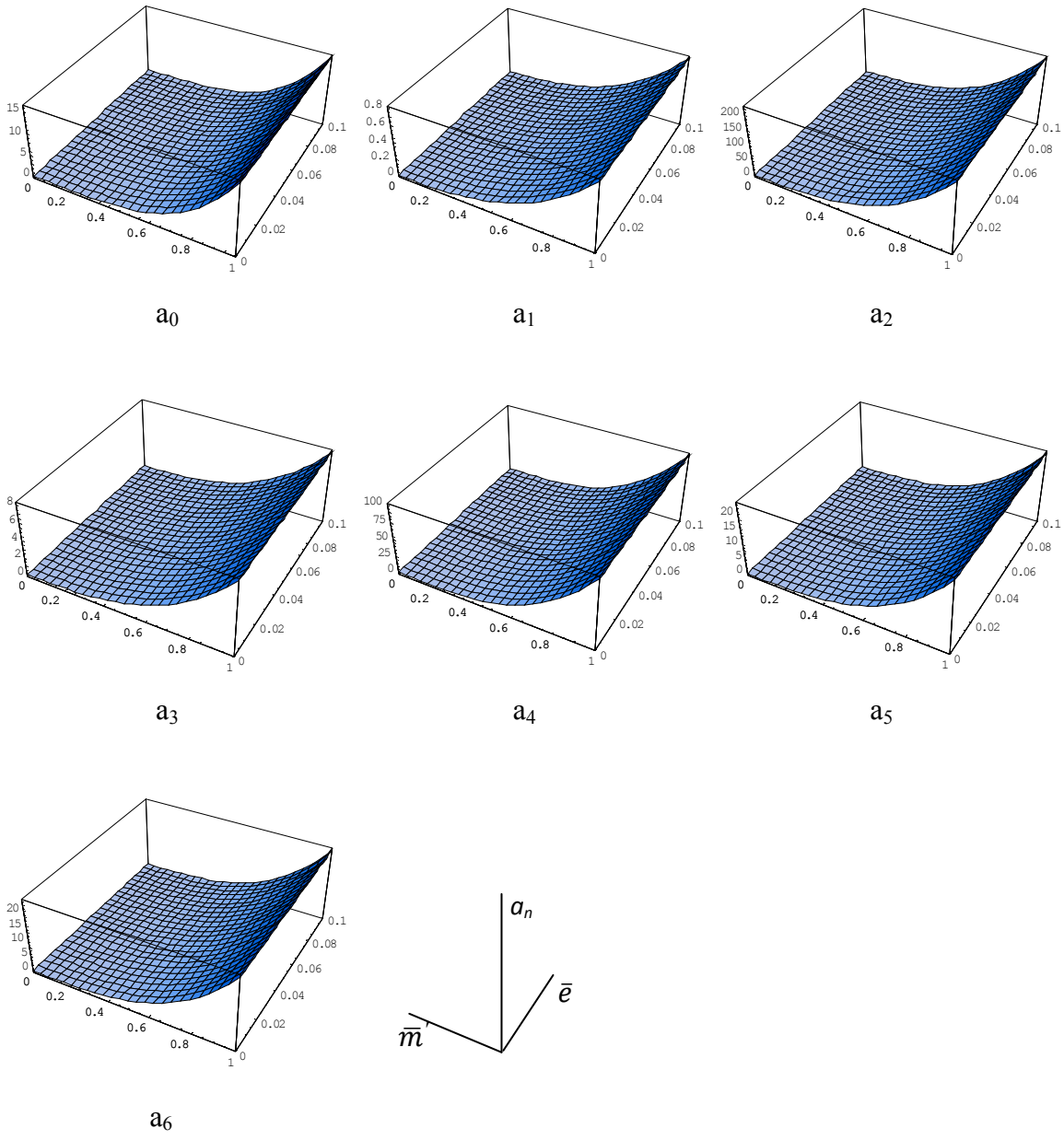
Şekil 4.9 $\bar{e}$ ve $\bar{\omega}'$nin kararlılık değişimi, $\bar{\gamma} = \bar{\xi} = 0.01$.

Şekil 4.2.9' da, a_0 ve a_4 katsayıları daima negatifken, a_6' da ise yüzey $0\bar{e}\bar{\omega}$ düzeminin üst ve altında bulunmaktadır. Dolayısıyla kararlılık kriterini belirleyen katsayı a_6'dır. Bu durumda $0\bar{e}\bar{\omega}$ düzleminin altında kalan kısımda ve diğer katsayıların da alt bölgelerinde "$\bar{e}$" parametresi kararlıdır denilebilir.



Şekil 4.10. $\bar{e}$ ve $\bar{m}'$nin kararlılık değişimi, $\bar{\omega} = 0.5$, $\bar{\gamma} = \bar{\xi} = 0.01$.

Şekil 4.2.10' da boyutsuz formda rotor kaçıklığı ve kütle değişiminin $\bar{\omega} = 0.5$ için karalılık bölgeleri görülmektedir. Sadece a_6 katsayısı daima negatif olduğundan diğer katsayıların grafiklerinde, yüzeylerin alt bölgeleri kararlı bölgelerdir denilebilir.



Şekil 4.11. $\bar{e}$ ve $\bar{m}'$nin kararlılık değişimi, $\bar{\omega} = 2,\ \bar{\gamma} = \bar{\xi} = 0.01.$

Şekil 4.11'de ise tüm katsayılar pozitiftir. $\bar{\omega} = 2$ için karakteristik polinomun tüm katsayılarının pozitif olması, kritik hızın tam katlarında ki diğer çalışma hızlarında da geçerlidir. Dolayısıyla $\bar{e}$ ve $\bar{m}$ parametreleri bu çalışma hızlarında daima kararlıdır denilebilir.

4.2.2. Sayısal Sonuçlar

Paket program yardımıyla lineer olmayan denklemlerin, belli sınır şartlarındaki çözümleri grafikler halinde elde edilmiştir. 15Hz, 30Hz, 45Hz ve 60 Hz olmak üzere dört farklı çalışma hızında çözüm elde edilmiştir.

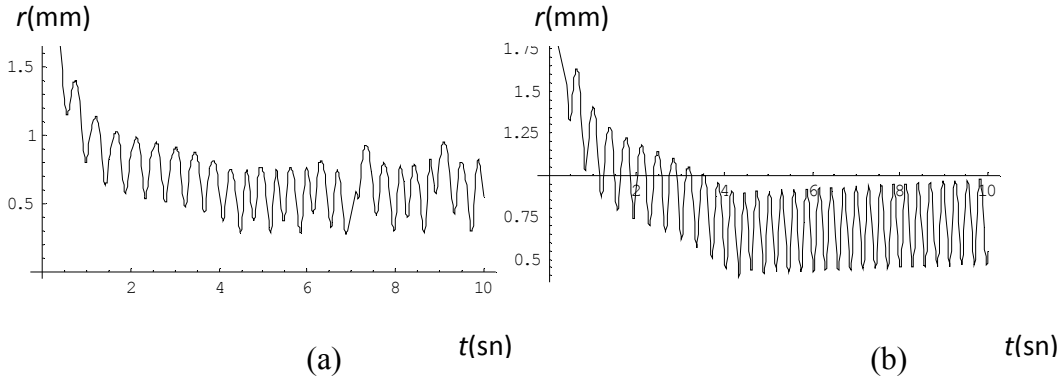
$$\frac{M_2}{M_1} \leq \frac{e}{R}$$

Bağıntısı dikkate alınarak Tablo 4.2'deki değerlerle, sistem cevabı ADH'li ve ADH'siz olarak incelenmiştir.

Tablo 4.2. Sayısal çözümlerde kullanılan bilgiler.

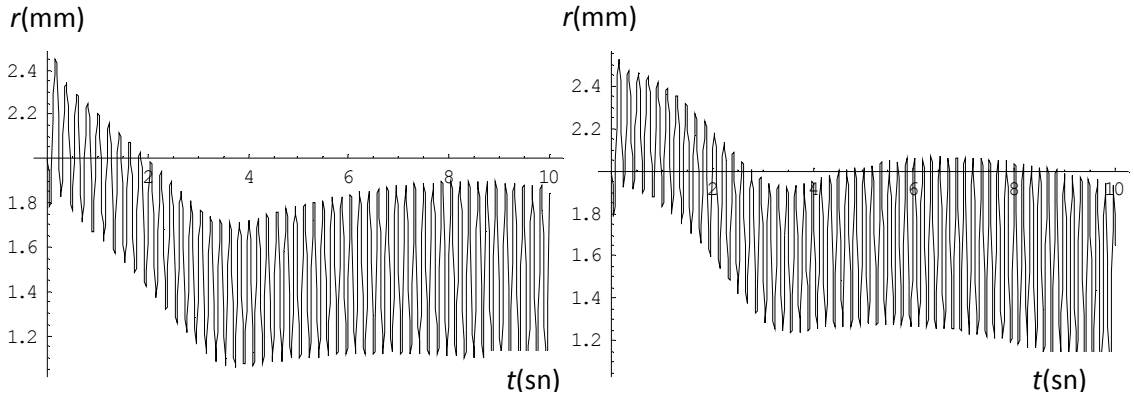
	ADH' li	ADH' siz	Birim
M_1	0.9	0.9	kg
M_2	0.2	0	kg
R	0.02	0	m
k	110	110	N/m
b	110	110	Ns/m
e	0.012	0.0125	m
$\boldsymbol{\omega}$	15-60	15-60	Hz
D	30	30	Nms^2

10sn'lik zaman aralığında 15 Hz'lik dönme hızında sistemin aktif dengeleme halkalı ve halkasız cevabı Şekil 4.12'de gösterilmiştir. Tablo 4.1'deki değerler dikkate alınarak yapılan sayısal çözümlemede; dengeleme halkası kullanıldığında yaklaşık 4. saniyeden sonra sistemin sabit genlikle titreştiği, buna karşın halka kullanılmadığında ise sistemin daha büyük genlikle titreştiği görülmektedir.



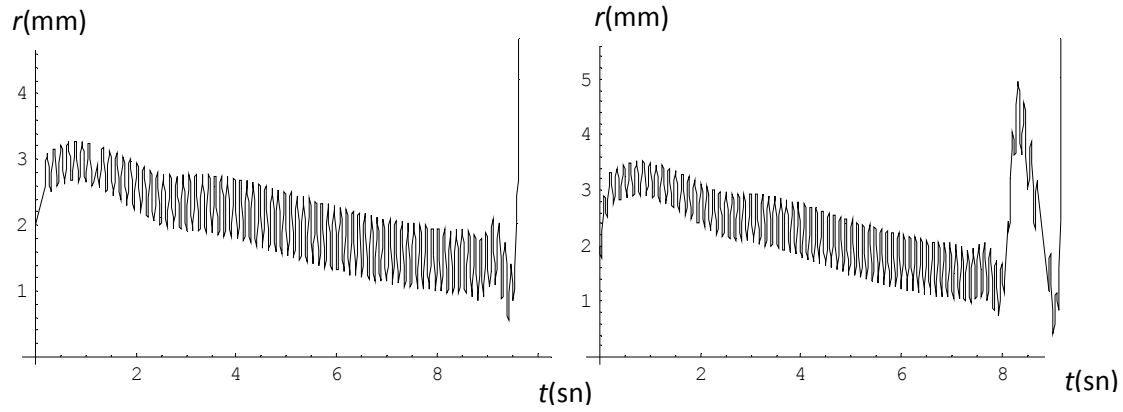
Şekil 4.12. 15 Hz'de ADH' li a) ve ADH'siz b) radyal değişim.

30 Hz'de halka kullanıldığında (a) sistem genliği ve ortalama değeri artmıştır. Ancak halkanın kullanılmadığı durumda (b) sistem daha erken kararsızlığa geçmiştir. Bu durumda, sistem hızlandıkça kararsızlık daha çabuk gerçekleşmektedir denilebilir Şekil 4.13.



Şekil 4.13. 30 Hz'de ADH' li a) ve ADH'siz b) radyal değişim.

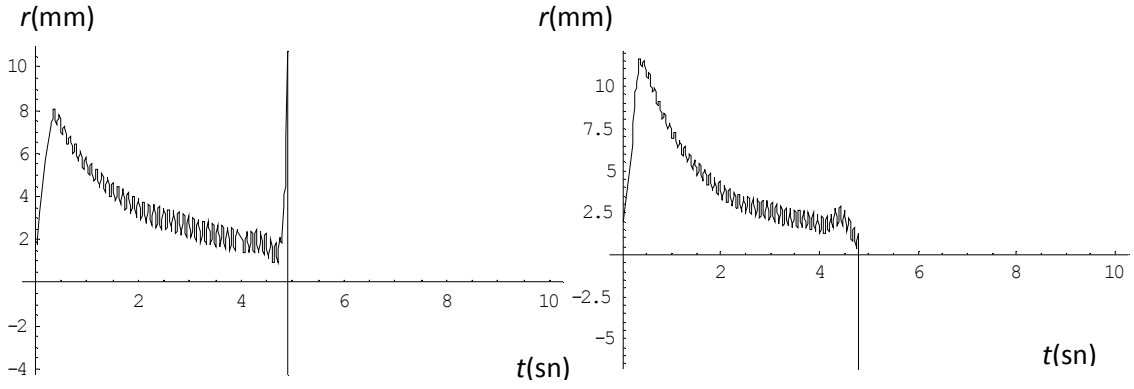
45 Hz'de halka kullanıldığında (a) sistem daha geç sabit genlik değerine ulaşırken genliğin ortalama değeri de artmaktadır. Ayrıca sabit genliğe ulaşması 8. saniyede gerçekleşmiş yani daha da gecikmiştir. Halkasız durumda ise (b) sistem çok büyük bir genliğe o kadar çabuk sıçramaktadır ki neredeye cevap görülemeyecektir Şekil 4.14.



(a) (b)

Şekil 4.14. 45 Hz'de ADH' li a) ve ADH'siz b) radyal değişim.

60 Hz'de sistem daha da hızlandığında dengeleyici halkaya rağmen sistem yaklaşık 5. saniyede kararsız bir dinamik davranış sergilemeye başlamıştır (a). Halkasız durumda ise (b) önceki hızlardan daha yüksek değerlere sıçrayarak sistem kararsız durumunu devam ettirmiştir. Bu durum Şekil 4.15'de görülmektedir.



(a) (b)

Şekil 4.15. 60 Hz'de ADH' li a) ve ADH'siz b) radyal değişim.

4.2.3. Deneysel Sonuçlar

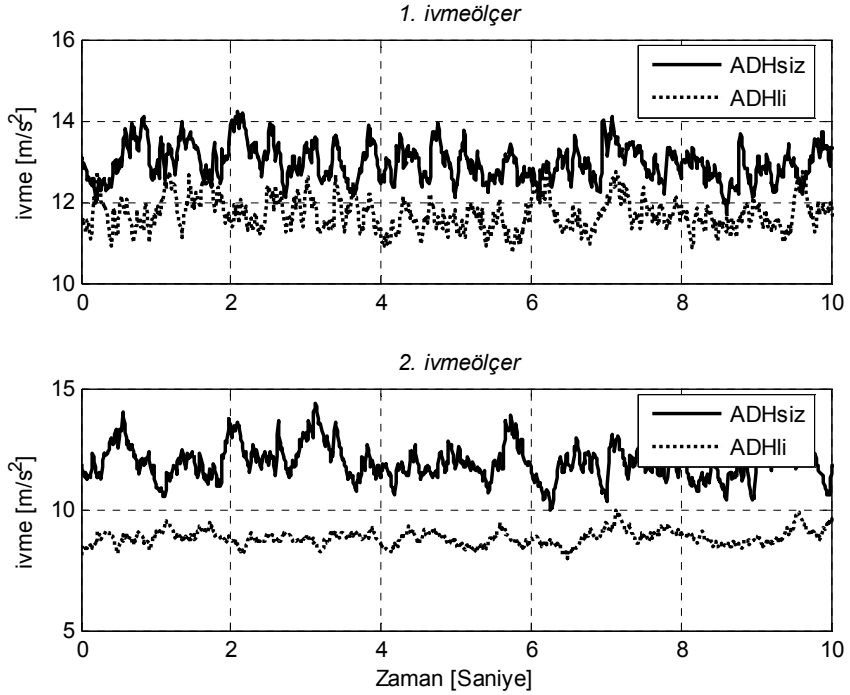
Şekil 4.16'da deney setinin 15Hz çalışma hızındaki ivme cevapları görülmektedir. Her iki ivme ölçerden elde edilen grafiklerde aktif dengeleyici halka kullanıldığında ivme genliğinin ortalama değerinin gözle görülür derecede azaldığı dikkat çekmektedir. İkinci ivme ölçerdeki ivme değerinin daha kararlı olmasının nedeni probların yerleştirilme noktalarıyla ilgili olabilir. Her iki yöndeki ivme değeri birlikte Şekil 4.21'de görülmektedir. Sayısal değerlerin ortalamaları Şekil 4.21'de y_1 ve y_2 doğrularıyla siyah çizgi ile gösterilmiştir. Rotor merkezinin hareketi ADH'siz sistemde siyah renkle gösterilirken, ADH'li sistemde gri renkle gösterilmiştir. R^2'li ifadeler, verilerin ortalamadan sapmalarının kareleri toplamını göstermektedir. Bu toplamların büyüklüğü sistemin karalılığının da bir ölçüsüdür. Toplam ne kadar küçükse sistem o kadar karlıdır denilebilir.

Şekil 4.17'de 30 Hz hızında elde edilen ivme değerleri görülmektedir. 15Hz'dekinden farklı olarak ivme değerleri halkalı ve halkasız sistemlerde birbirlerine çok yakındır. Ancak Şekil 4.23'de her iki durum arasındaki fark daha açık görülmektedir. Ortalama değerlerin eğimi ve R^2, aktif dengeli sistemde daha küçüktür. 30 Hz'de de dengeleyici halka kullanmak sistemi daha kararlı yapmıştır.

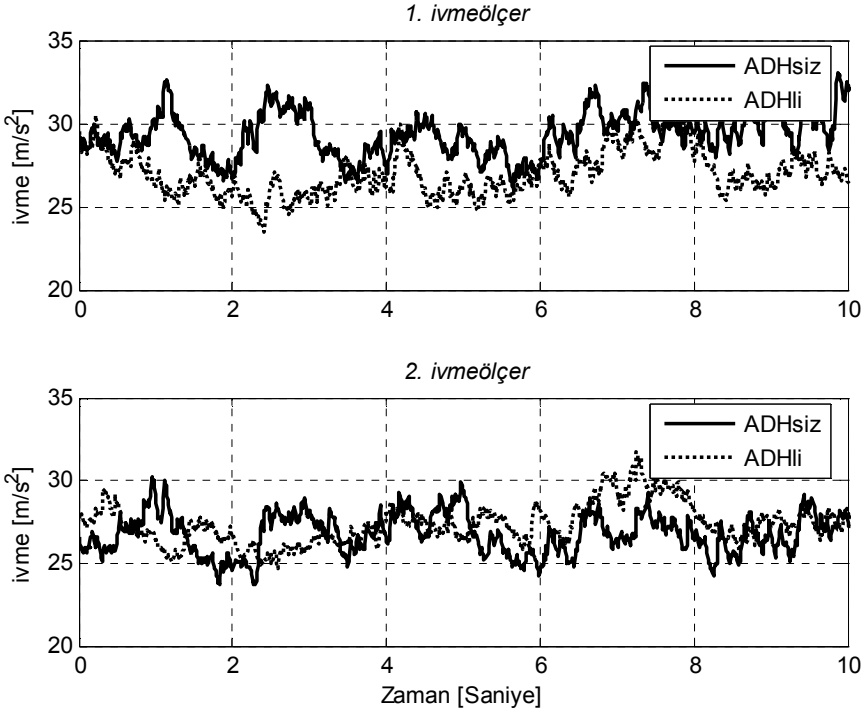
45 Hz'de ivme değerleri 15Hz'deki değerlere benzemektedir (Şekil 4.25). y_1 ve y_2 doğrularının eğimleri arasında çok fark vardır. Bu fark, aktif dengeleyici halkanın bu hızda daha etkili olduğu anlamına gelir.

60 Hz'de halka 30 Hz'da olduğu gibi sistemi zorlanarak dengeleyebilmiştir (Şekil 4.27). Ortalama değerler; y_1 ve y_2'nin eğimleri birbirlerine çok yakındır. Ancak yine titreşimin genliğinde yaklaşık %10 oranında bir azalma olmuştur.

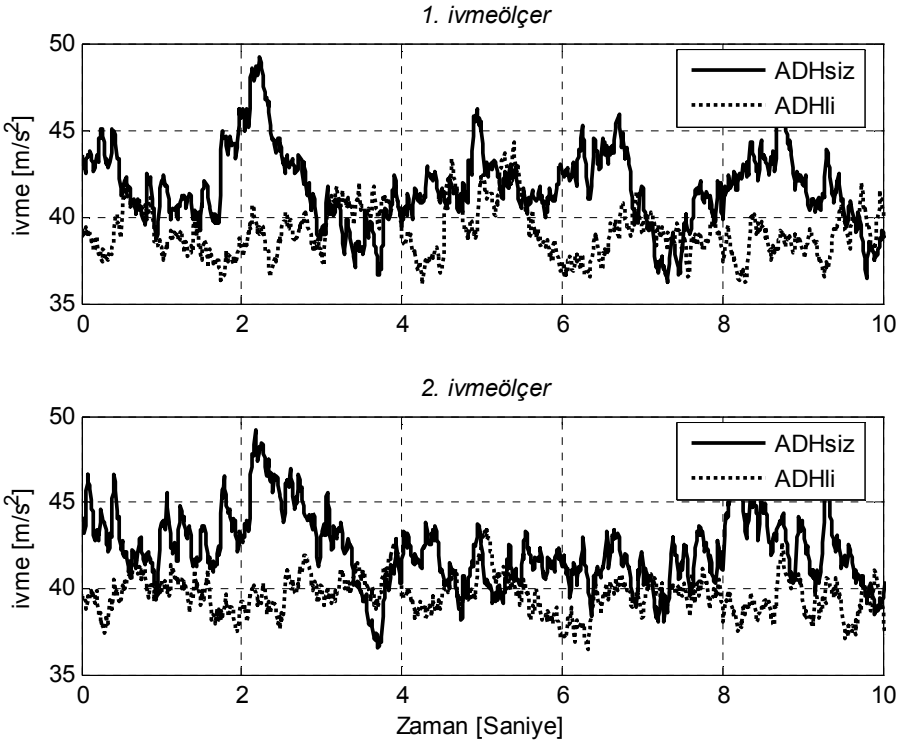
Şekil 4.22-28'de sırasıyla 15, 30, 45, 60 Hz'deki sayısal çözümler görülmektedir. Çözümler, mil merkezinin yörüngesi şeklinde çizilmiştir. Yörüngelerin genliği, milin hızıyla orantılı artmıştır.



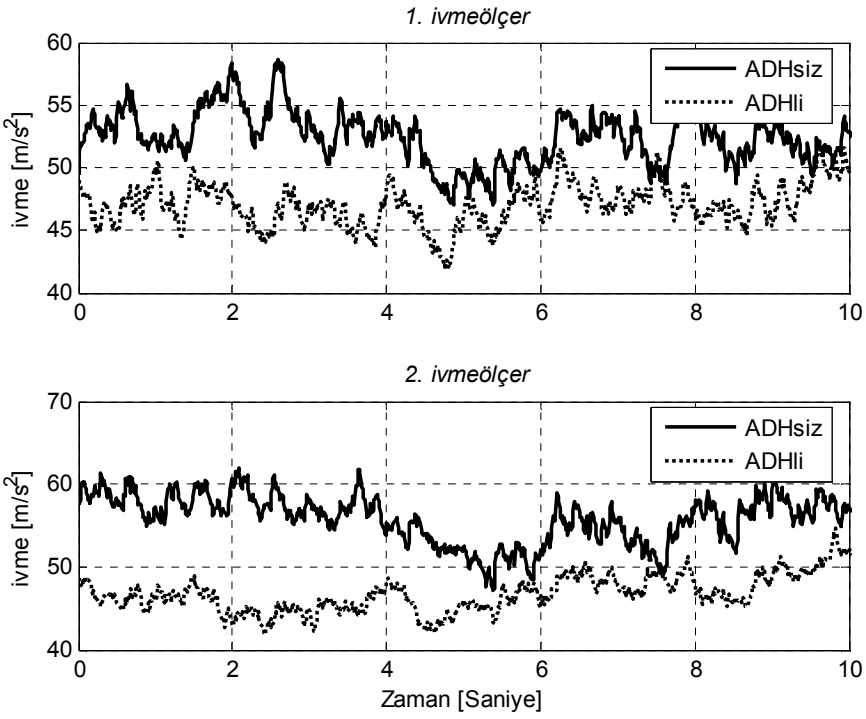
Şekil 4.16. 15 Hz' de birbirine dik yerleştirilmiş ivme ölçerden alınan ivme değerleri.



Şekil 4.17. 30 Hz'de birbirine dik yerleştirilmiş ivme ölçerden alınan ivme değerleri



Şekil 4.18. 45 Hz'de birbirine dik yerleştirilmiş ivme ölçerden alınan ivme değerleri.



Şekil 4.19. 60 Hz'de birbirine dik yerleştirilmiş ivme ölçerden alınan ivme değerleri.

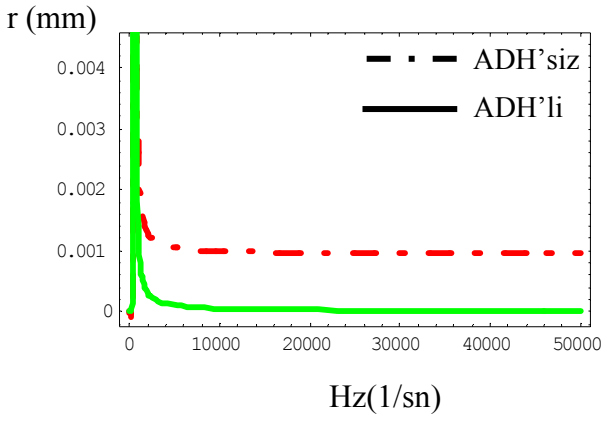
4.3. Deneysel Parametrelerle Sonuçların Karşılaştırılması

Analitik çözüm için denklemlerin lineerleştirmesi gerektiğinden rotorun hız ve ivme büyüklükleri sıfır kabul edilmişti. Dolayısıyla deneysel sonuçlarda elde edilen ivme değerleriyle ancak sayısal sonuçlar karşılaştırılabilir. Zira her iki sonuç ta zamana bağlı elde edilmiştir. Analitik olarak sadece rotor merkezinde meydana gelen yer değiştirme, deneysel parametreler dikkate alınarak Şekil 4.20'de gösterilmiştir. Deneysel parametreler Tablo 4.3'de gösterilmiştir.

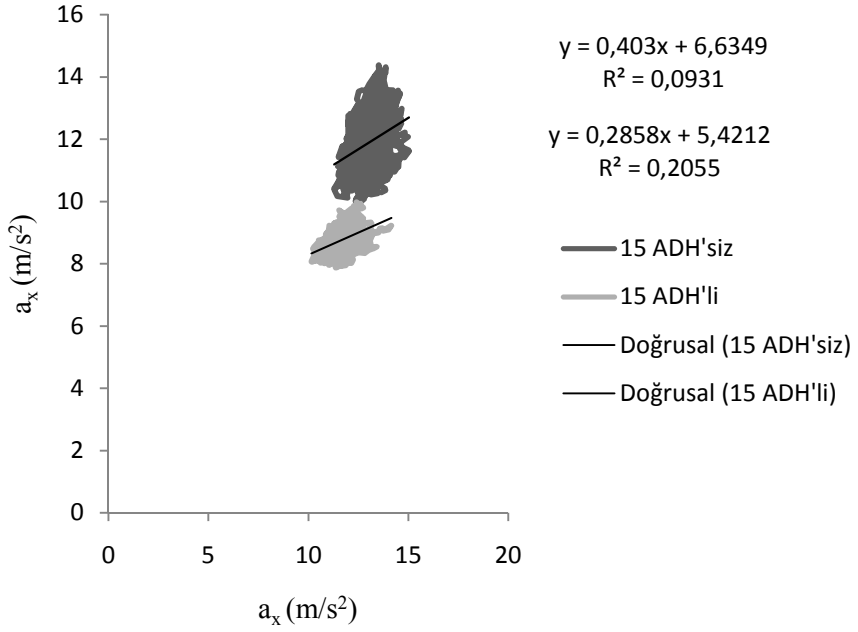
Tablo 4.3. Deneysel parametreler.

R (m)	m_1 (kg)	m_1 (kg)	e (m)	b (Nms^2)	k (N/m)	L(m)	d(m)	E(Pa)
0.02	1.94	0.096	0.0005	0	$6.27x10^5$	0.40	0.025	$209x10^9$

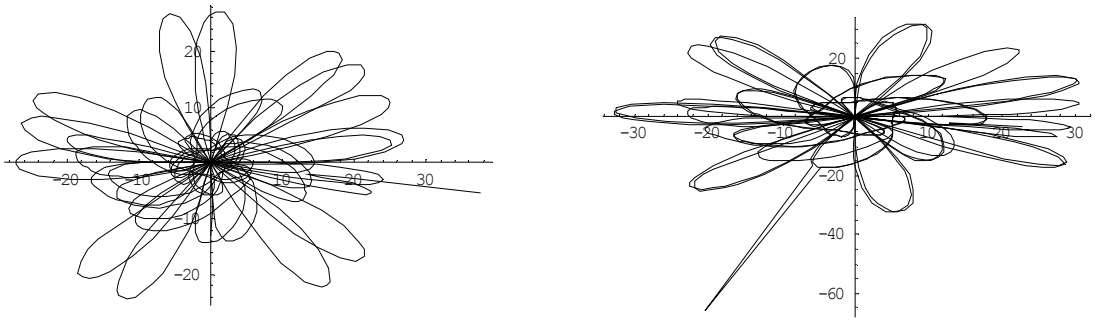
Malzemenin özelikleri çelik olarak tahmin edilerek k değeri, $k = \frac{EA}{L}$ eşitliği ile elde edilmiştir. Burada E elastisite modülü, A kesit alan L ise milin boyudur. Sönüm katsayısı ise, mil çok katı kabul edilerek dikkate alınmamıştır.



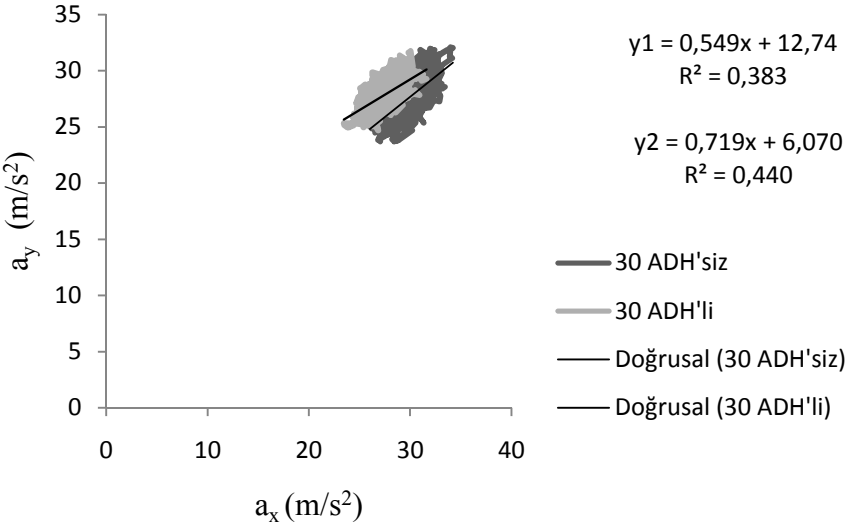
Şekil 4.20. Deneysel parametrelere göre, analitik olarak mil merkezinin radyal değişimi.



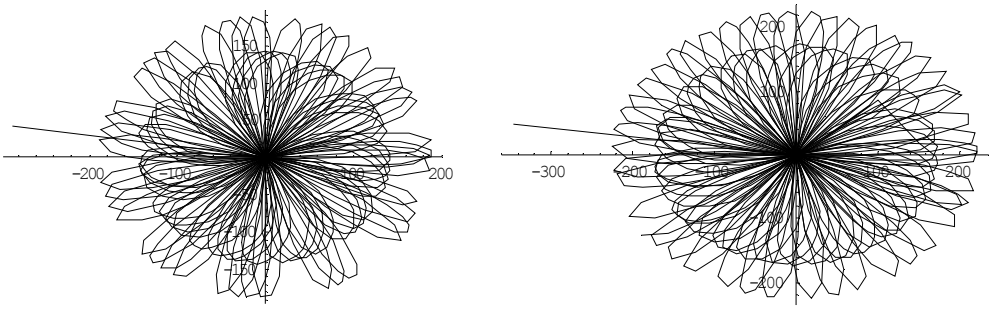
Şekil 4.21. 15 Hz'de deneysel ivme değerleri ve ivmenin artış hızı.



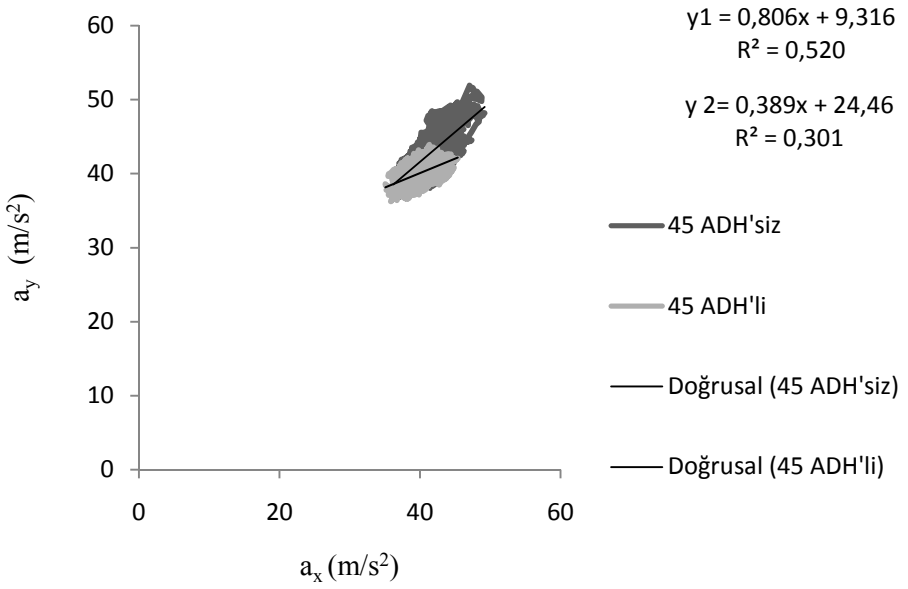
Şekil 4.22. 15 Hz'de sayısal ivme değerleri.



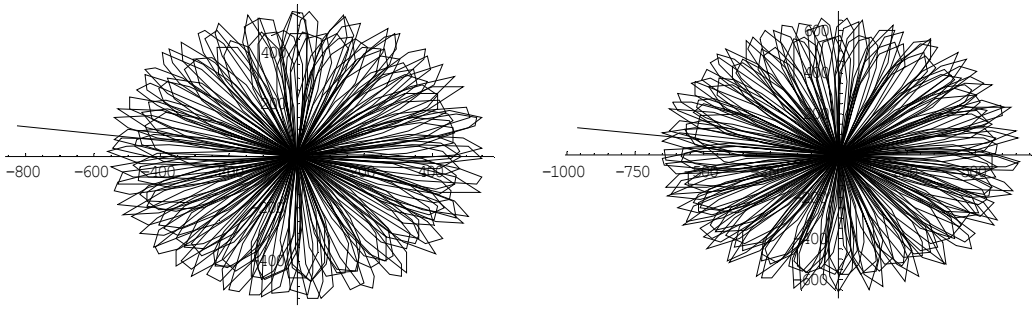
Şekil 4.23. 30 Hz'de deneysel ivme değerleri ve ivmenin artış hızı.



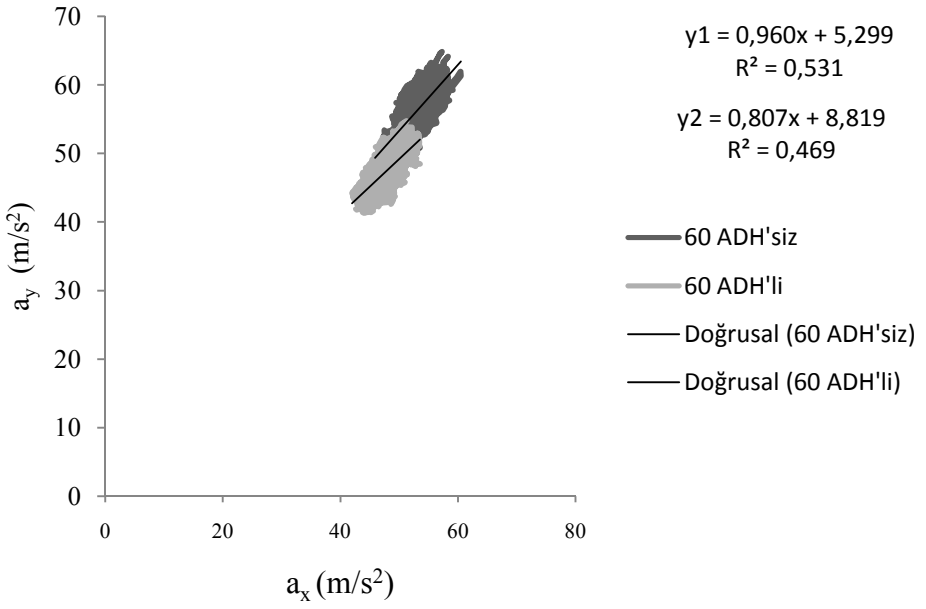
Şekil 4.24. 30 Hz'de sayısal ivme değerleri.



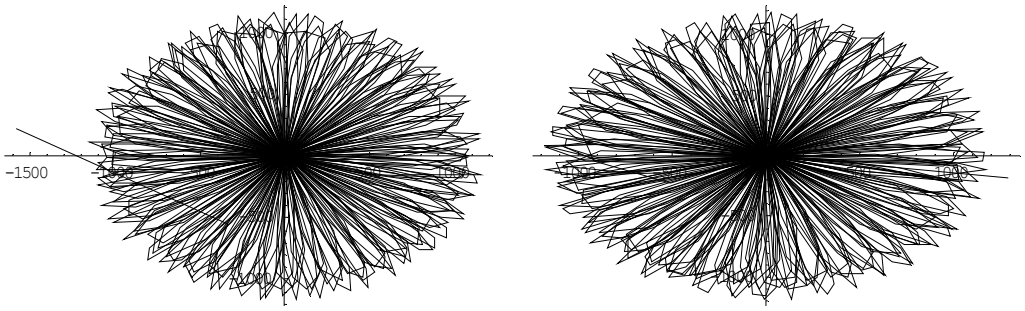
Şekil 4.25. 45 Hz'de deneysel ivme değerleri ve ivmenin artış hızı.



Şekil 4.26. 45 Hz'de sayısal ivme değerleri.



Şekil 4.27. 60 Hz'de deneysel ivme değerleri ve ivmenin artış hızı.



Şekil 4.28. 60 Hz'de sayısal ivme değerleri.

4.4. Öneriler

Bu çalışmada aktif dinamik dengeleyici olarak halka kullanılarak, sistem modellenip lineer olmayan hareket denklemleri polar koordinatlarda çıkarılmıştır. Bu denklemler, analitik çözüm için lineerleştirilerek uygun hale getirilip, analitik çözümler dengede ve dengesiz durumlarda elde edilmiştir. Karakteristik denklemden karakteristik polinom elde edilerek Routh-Hurwitz kriteri uygulamak için gerekli katsayılar boyutsuz formda elde edilmiştir. Lineer olmayan hareket denklemleri, Mathematica paket programı yardımıyla zamana bağlı sistem cevabı elde edilmiştir. Nümerik sonuçlar ADH'nın kritik hızı ötelediğini göstermiştir.

Son on yıldır kullanımı giderek yaygınlaşan ve üzerine çok yayınlar yapıldığı bilyeli aktif dengeleyicilerle performans karşılaştırması yapılmamıştır. Sadece halkalı aktif dengelemenin ciddi bir aktif dengeleyici olabileceği ispat edilmeye çalışılmıştır.

ADH'lerde kullanılan bilyeli yataktaki bilyelerin yüzey pürüzlülüğüne, boyutlarına ve yataktaki bilezikler arası boşluğa dikkat edilmemiştir. Deneysel çalışma sırasında, bilyelerinde gözle görülür derecede çok karıncalanma (pittings) olan ADH'lerin kötü sonuç verdiği görülmüştür.

ADH, tek noktadan şaseye desteklenmiştir. Bu sayede dıştaki halka, rotorun aksine zıt yönlü bir açısal momentum oluşturmuştur.

Sonraki çalışmalarda tasarım parametreleri üzerinde daha çok durularak ampirik ifadeler elde edilebilir. Bunlar deneysel çalışmalarla desteklenerek sisteme yapılan bozucu girişler karşısında ADH'lerin nasıl cevap verecekleri araştırma geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

1. Adams, M. L., Rotating Macihiney Vibration, Marcel Dekker, Ohio, s. 5, 2000.
2. Muszynska, A., Rotordynamics, Taylor & Francis Group, Nevada, s. 711, 2005.
3. Chung, J., Ro, D. S., Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Balancer for Rotating Mechanisms, Journal of Sound and Vibration, 228, 1035–1056, 1999.
4. Huang, W. Y., Chao, C. P., The Application of Ball-Type Balancers for Radial Vibration Reduction of High Speed Optic Drives, Journal of Sound and Vibration, 250,415–430, 2002.
5. Kang, J. R., Chao, C. P., Huang, C. L., Sung, C. K., The Dynamics of a Ball-Type Balancer System Equipped With a Pair of Freemoving Balancing Masses, Transactions of the ASME, 123,456– 465, 2001.
6. Hedaya, M., Sharp, R., An Analysis of a New Type of Automatic Balancer, Journal Mechanical Engineering Science, 19,221–226, 1977.
7. Bovik, P., Hogfors, C., Autobalancing of Rotors, Journal of Sound and Vibration, 111,429–440, 1986.
8. Sperling, L., Duckstein, H., Irretier, H., Nordmann, R., Springer, H., Zum Selbsttatigen Auswuchten Des Starren Rotors in Zwei Ebenen, Schwingungen in Rotierenden Maschinen, 161–168, 2001.
9. Sperling, L., Ryzhik, B., Duckstein, H., Two-Plane Automatic Balancing, Machine Dynamics Problems, 139–152, 2001.
10. Zhou, S., Shi, J., Optimal One-Plane Active Balancing of a Rigid Rotor During Acceleration, Journal of Sound and Vibration, 249, 196, 2002.
11. Chung, J., Jang, I., Dynamic Response and Stability Analysis of an Automatic Ball Balancer for a Flexible Rotor, Journal of Sound and Vibration, 259, 31–43, 2003.
12. Chung, J., Oh, J.E., You, H.H., Non-Linear Vibration of a Flexible Spinning Disc with Angular Acceleration, Journal of Sound and Vibration, 231, 375-391, 2000.

13. Bonello, P., Brennan, M. J., Holmes, R., Non-Linear Modelling of Rotor Dynamic Systems wiyh Squeeze Film Dampers—An Efficient Integrated Approach, Journal of Sound and Vibration, 249, 743-773,2002.
14. Lee, J., Van Moorhem, W. K., Analytical and Experimental Analysis of a Self-Compensating Dynamic Balancer in a Rotating Mechanism, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 118, 468,475, 1996.
15. Rajalingham, R., Rakheja, S., Whirl Suppression in Hand-Held Power Tool Rotors Using Guided Rolling Balancers, Journal of Sound and Vibration, 217, 453-466, 1998.
16. Frulla, G., Rigid Rotor Dynamic Stability Using Floquet Theory, 139-150, 2000.
17. Van De Wouw, N., Van Den Heuvel, M. N., Van Rooij, J. A., Nijmeijer, H., Performance of an Automatic Ball Balancer with Dry Friction, Eindhoven University of Technology, The Netherlands, 2004.
18. Huang, W.Y., Chao, C.P., Kang, J.R., Sung, C.K., The Application of Ball Type Balancers for Radial Vibration Reduction of High-Speed Optic Drives, Journal of Sound and Vibration, 250,415-430, 2002.
19. Dong, W. K., Kwon, O. H., Jeon, S. M., Dynamic Analysis and Design of the Ball Balancer of a DVD System Considering Frictional Contact, LG Electronics Inc., Home Appliance Laboratory, 327-23, 153-023, Korea, 1999.
20. Yang, Q., Ong, E.H., Sun, J., Guo, G., Lim, S.P., Study on the Influence of Friction in an Automatic Ball Balancing System, Journal of Sound and Vibration, 285, 73–99, 2005.
21. Chapra, S.C., Canale, R. P., Numerical Methods for Engineers, McGraw-Hill, Singapore, s. 612,1990.
22. Kreyszig, E., Mathematica Computer Manual, Jhon Wiley & Sons, USA, s. 138,194,196, 1995.
23. O'Neil, P. V., Advanced Engineering Mathematics, Pws, Alabama, s. 495, 1995.

EKLER

Ek-1

```
Clear[ω]
Clear[η]
Clear[m2]
Clear[m1]
Clear[z]
ω = 1
z = -1
R = .04
m2 = .8
m1 = 1
c = 300
k = 125
A = z m2 R ω^2 (k - (m1 + m2) ω^2)
B = m1 e ω^2
Cc = √((k - (m1 + m2) ω^2) + (1 - (z η)^2) c^2 ω^2)
Dd = ((k - (m1 + m2) ω^2)^2 + c^2 + ω^2)
r2 = (A + B Cc) / Dd
Plot[r2, {η, 0, .1}, PlotStyle → {Thickness[0.015]}]
```

Ek-2

```
sol3 = NDSolve[{M (r''[t] - r[t] θ'[t]^2) - M2 R α''[t] Sin[α[t] + ω t - θ[t]] + (α'[t] + ω)^2 Cos[α[t] + ω t - θ[t]]
      - M1 e ω^2 Cos[ω t - θ[t]] + k r[t] + b r'[t] == 0,
   M (r[t] θ''[t] - 2 r'[t] θ'[t]) + M2 R α''[t] Cos[α[t] + ω t - θ[t]] - (α'[t] + ω)^2 Sin[α[t] + ω t - θ[t]]
      - M1 e ω^2 Sin[ω t - θ[t]] + b r[t] θ'[t] == 0, M2 R α''[t] + d α'[t] - M2 R (r''[t] - r[t] (θ'[t])^2) Sin[α[t]
         + ω t - θ[t]] + M2 R (r[t] θ''[t]
         + 2 r'[t] θ'[t]) Cos[α[t] + ω t - θ[t]] == 0, r[0] == 2, α[0] == 0, θ[0] == 3, r'[0] == 1,
    α'[0] == 0, θ'[0] == 0}, {r, α, θ}, {t, 0, 10}, MaxSteps → Infinity]
Plot[Evaluate[r[t] /. sol3], {t, 0, 10}]
```

Ek-3

```
Clear[ee]
Clear[m]
%ee =
 %m =
  γ = 0.01
ξ = 0.01
ω = .5
a0 = -(ee^2 + 2m) (ee^2 - 2m 4m^2)
a1 = 8m^2 (1 + m) (γ + 2mγ + 2ξ)
a2 = 4m^2 (2 + 2m + γ^2 + 4mγ^2 + 4m^2 + 8ξγ + 12mξγ + 4ξ^2) - 4 (ee^4 - 2m^2 - 4ee^2 m^2 - 6m^3 - 4m^4) ω^2
a3 = 8m^2 ((2γ + 3mγ2ξ + 2γ^2 ξ + 4mγ^2 + 4γξ^2) + (2γ + 7mγ + 6m^2γ + 2ξ + 8mξ) ω^2)
a4 = 4m^2 (1 + 2γ^2 + 4mγ^2 + 8γ^2 + 4γ^2 ξ^2) + 8m^2 (-1 + 4m + γ^2 + 4m^2γ^2 + 4m^2ξ^2 + 4γξ + 12mγξ + 2ξ^2) ω^2

a5 = 8m^2 (γ + 2γ^2 ξ + 2γ (-1 + m + γξ + 2mγξ + 2ξ^2) ω^2 + (γ + 5 mγ + 6m^2γ + 6mξ) ω^4)
a6 = 4m^2γ^2 - 8m^2γ^2 (1 + 2m - 2ξ^2) ω^2 + 4m^2 (-2m + γ^2 + 4mγ^2 + 4m^2γ^2 + 12mγξ) ω^4 - 4 (ee^4 - 4ee^2 m^2 - 2m^3 - 4m^4) ω^6
```

```
Plot3D[a0,{m,0,1},{ee,0,.1}];
Plot3D[a1,{m,0,1},{ee,0,.1}];
Plot3D[a2,{m,0,1},{ee,0,.1}];
Plot3D[a3,{m,0,1},{ee,0,.1}];
Plot3D[a4,{m,0,1},{ee,0,.1}];
Plot3D[a5,{m,0,1},{ee,0,.1}];
Plot3D[a6,{m,0,1},{ee,0,.1}];
```

Ek-4

```
Clear[λ]
Clear[r]
Clear[ϕ]
Clear[t]
A = MatrixForm[{{0, 0, 0, m λ, 0, -m2 λ RSin[t]},
   {0, 0, 0, 0, m r λ, m2 λ RCos[t]},
   {0, 0, 0, -m2 λ RSin[t], m2 λ R r Cos[t], m2 λ R^2},
   {m λ, 0, -m2 λ RSin[t], b λ, 2 λ m ω r, 2 λ m2 R ω Cos[t]},
   {0, m r λ, m2 λ RCos[t], -2 λ m ω, - λ b r,
    -2 λ m2 R ω Sin[t]},
   {-m2 λ RSin[t], m2 λ R r Cos[t], m2 λ R^2,
    2 λ m2 R ω Cos[t], 0, D λ} }]
B = MatrixForm[{{-m, 0, m2 RSin[t], 0, 0, 0},
   {0, -m r, -m2 RCos[t], 0, 0, 0},
   {m2 RSin[t], -m2 R r Cos[t], -m2 R^2, 0, 0, 0},
   {0, 0, 0, k - m ω^2, -ω^2 (m1 e Cos[ϕ] + m2 RCos[t]),
    m2 R ω^2 Cos[t]},
   {0, 0, 0, b ω, -ω^2 (m1 e Sin[ϕ] + m2 RSin[t]),
    m2 R ω^2 Sin[t]}, {0, 0, 0, 2 m2 R ω^2 Sin[t],
    m2 R r ω Sin[t], m2 R r ω Sin[t]} }]
aaoo =
 MatrixForm[
  {{-m, 0, m2 RSin[t], 0, 0, 0},
    {0, -m r, -m2 RCos[t], 0, 0, 0},
    {m2 RSin[t], -m2 R r Cos[t], -m2 R^2, 0, 0, 0},
    {0, 0, 0, k - m ω^2, -ω^2 (m1 e Cos[ϕ] + m2 RCos[t]),
     m2 R ω^2 Cos[t]},
    {0, 0, 0, b ω, -ω^2 (m1 e Sin[ϕ] + m2 RSin[t]),
     m2 R ω^2 Sin[t]}, {0, 0, 0, 2 m2 R ω^2 Sin[t],
     m2 R r ω Sin[t], m2 R r ω Sin[t]} } +
   {{0, 0, 0, m λ, 0, -m2 λ RSin[t]},
    {0, 0, 0, 0, m r λ, m2 λ RCos[t]},
    {0, 0, 0, -m2 λ RSin[t], m2 λ R r Cos[t], m2 λ R^2},
    {m λ, 0, -m2 λ RSin[t], b λ, 2 λ m ω r,
     2 λ m2 R ω Cos[t]},
    {0, m r λ, m2 λ RCos[t], -2 λ m ω, - λ b r,
     -2 λ m2 R ω Sin[t]},
    {-m2 λ RSin[t], m2 λ R r Cos[t], m2 λ R^2,
     2 λ m2 R ω Cos[t], 0, D λ} }]
```

```
aa =
 Simplify[
  Det[{{-m, 0, m2 R Sin[t], 0, 0, 0},
     {0, -m r, -m2 R Cos[t], 0, 0, 0},
     {m2 R Sin[t], -m2 R r Cos[t], -m2 R^2, 0, 0, 0},
     {0, 0, 0, k - m ω^2, -ω^2 (m1 e Cos[ϕ] + m2 R Cos[t]),
      m2 R ω^2 Cos[t]},
     {0, 0, 0, b ω, -ω^2 (m1 e Sin[ϕ] + m2 R Sin[t]),
      m2 R ω^2 Sin[t]}, {0, 0, 0, 2 m2 R ω^2 Sin[t],
      m2 R r ω Sin[t], m2 R r ω Sin[t]}} +
    {{0, 0, 0, m λ, 0, -m2 λ R Sin[t]},
     {0, 0, 0, 0, m r λ, m2 λ R Cos[t]},
     {0, 0, 0, -m2 λ R Sin[t], m2 λ R r Cos[t], m2 λ R^2},
     {m λ, 0, -m2 λ R Sin[t], b λ, 2 λ m ω r,
      2 λ m2 R ω Cos[t]},
     {0, m r λ, m2 λ R Cos[t], -2 λ m ω, - λ b r,
      -2 λ m2 R ω Sin[t]},
     {-m2 λ R Sin[t], m2 λ R r Cos[t], m2 λ R^2,
      2 λ m2 R ω Cos[t], 0, D λ}}]]
aar = aa / r
ϕ = 0
t = π
Simplify[Coefficient[aar, λ^6]]
Simplify[Coefficient[aar, λ^5]]
Simplify[Coefficient[aar, λ^4]]
Simplify[Coefficient[aar, λ^3]]
Simplify[Coefficient[aar, λ^2]]
Simplify[Coefficient[aar, λ]]
```

Ek-5

```
Clear[m]
Clear[I_d]
Clear[l]
Clear[b]
```

$$\gamma = \sqrt{\frac{12}{7}\left(2-\frac{1}{\beta}\right)+\sqrt{\frac{1}{\beta^2}-\frac{9}{4\beta}+4}}$$

$$\gamma 2 = \frac{12}{7}\left(2-\frac{1}{\beta}\right)+\sqrt{\frac{1}{\beta^2}-\frac{9}{4\beta}+4}$$

```
Plot[γ2, {β, -50, 50}];
```

Ek-6

```
Clear[ω]
z = -1
m2 = 0
R = .04
m1 = 1
e = 0.0041
c = 300
k = 125
A = z m2 R ω^2 (k - (m1 + m2) ω^2)
B = m1 e ω^2
Cc = Sqrt[(k - (m1 + m2) ω^2) + (1 - (z m2 R / (m1 e))^2) c^2 ω^2]
Dd = ((k - (m1 + m2) ω^2)^2 + c^2 + ω^2)
r1 = (A + B Cc) / Dd

m2 = .8
R = .04
m1 = 1
e = 0.041
c = 300
k = 125
A = z m2 R ω^2 (k - (m1 + m2) ω^2)
B = m1 e ω^2
Cc = Sqrt[(k - (m1 + m2) ω^2) + (1 - (z m2 R / (m1 e))^2) c^2 ω^2]
Dd = ((k - (m1 + m2) ω^2)^2 + c^2 + ω^2)
r2 = (A + B Cc) / Dd

tt = {r2, r1};
pp = Plot[Evaluate[tt]];
pp = Plot[Evaluate[tt], {ω, 0, 300}, Frame → True,
   PlotStyle →
    {{RGBColor[1, 0, 0], Thickness[0.015], Dashing[{0.01, 0.05, 0.05, 0.05}]},
     {RGBColor[0, 1, 0], Thickness[0.015]}}];
```

ÖZGEÇMİŞ

1973’ te Yozgat’ta doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Yozgat’ta tamamladı. 1990’ da Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi (GÜMMF) Makine Mühendisliği Bölümünü kazandı. 1994’te mezun oldu. Aynı yıl Orta Doğu Teknik Üniversitesi (ODTÜ) Yabancı Diller Yüksek Okulunda hazırlık eğitimine başladı.1995’te kursu başarıyla bitirdi. Erciyes Üniversitesi (EÜ) Yozgat Mühendislik Mimarlık Fakültesi (MMF) Mekanik anabilim dalında araştırma görevlisi olarak göreve başladı. 1997’de görevinden ayrıldı. Askerlik vazifesini Malatya’da tamamlayarak 2000’de terhis oldu. Özel bir yatırım şirketinde çalışmaya başladı. 2001’de GÜMMF, Makine Mühendisliği Bölümünde süren yüksek lisans eğitimini tamamladı. Aynı yıl Yozgat’a yerleşerek kendi firmasını kurdu. 2002’de EÜ MMF Makine Teorisi ana bilim dalında Doktora eğitimine başladı. Kısa bir süre Orta Anadolu Kalkınma Birliği’nde proje koordinatörü olarak görev verildi. Halen Yozgat’ta serbest çalışmaya devam eden Davut Erdem ŞAHİN, evli ve iki çocuk babasıdır.

Adres:
Davut Erdem ŞAHİN
IDN Mühendislik
66200 Yozgat
Tel & Fax : (354) 217 09 07
Gsm : (532) 532 653 27 31
e-posta : davuterdemsahin@gmail.com