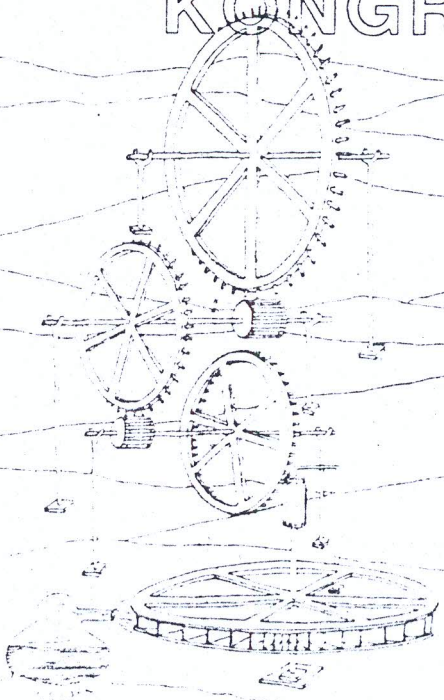
4. ULUSAL MAKİNA TASARIM ve İMALAT KONGRESİ



PROGRAM ve ÖZETLER

19 - 21 Eylül 1990

MATİMAREN - MATİM

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
ORTA DOĞU TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

ANKARA

20 EYLÜL 1990 PERŞEMBE

OTURUM 6A — SALON A — 16:00-17:30

Bilgisayar Yardımlı Proses Planlama
Mustafa AKKURT, Ayduygu SEVİNÇ

Bilgisayarlı Sayısal Denetimli Freze Tezgahının AutoCAD ve Etkileşimli Grafik Veri Girişi Kullanılarak Programlanması
Onat H. TOTUK, M.A. Sahir ARIKAN

Nümerik Kontrollu Tezgahlarda APT Dilinde Geometri Cümlelerinin Kurulması İçin Bir Yazılım Geliştirilmesi
Can ÇOĞUN, D. Tayyar ŞEN

OTURUM 6B — SALON B — 16:00-17:30

Yüksek Manganlı Çeliklerin Sıcak Talaşlı İşlenmesinde Takım Geometrisinin Takım Ömrüne Etkisi
Erhan ALTAN, Orhan ÇAKIR

Takım Aşınmasının Talaş Kaldırma Esnasında Takım-İşparçası Temas Direnci ile Ölçülmesi
Erhan ALTAN

Kaplamalı Sert Metal Takımlarda Takım Ömrünün Değişken Kesme Hızlı Test Yöntemi ile Belirlenmesi
Mesut ÖZGÜRLER, Erhan ALTAN

OTURUM 6C — SALON C — 16:00-18:00

Serbest Bilezik ile Yağlamada, Bilezik Ağırlığının ve Salınım Açısının İncelenmesi
Ali İNAN

Eksenel Hidrostatik-Hidrodinamik Yatak Deney Düzeneği Tasarımı ve İmalatı
Erdem KOÇ, Fazıl CANBULUT

Metal Yüzeyleri Arasındaki Kuru Sürtünmede Temas Mekanizmasının İstatistiki Analizi
Durmuş ODABAŞ, Mehmet Baki KARAMIŞ

Elastohidrodinamik Yağlama Deney Düzeneği Tasarımı ve İlk Bulgular
Erdem KOÇ, Ali Osman KURBAN

6C.2
EKSENEL HİDROSTATİK-HİDRODİNAMİK YATAK DENEY DÜZENEĞİ TASARIMI VE İMALATI

Erdem KOÇ
Ç.Ü.Müh. Mim. Fakültesi
Makina Müh. Bölümü, Adana

Fazıl CANBULUT
E.Ü. Mühendislik Fakültesi
Makina Müh. Bölümü, Kayseri

ÖZET

Endüstriyel uygulamalarda, eksenel kaymalı yataklara, sızdırmazlık elemanlarına ve hidrostatik - hidrodinamik prensible çalışan benzer elemanlara sıkça rastlanmaktadır. Ayrıca hidrolik güç iletim sistemlerinin kaçınılmaz elemanı olan eksenel pistonlu pompaların ve bunların kritik elemanı kayıcı pabuç ve dağıtım plakaları da aynı prensibe göre tasarlanmaktadır. Her ne kadar bahsedilen sistemlerin çalışma parametreleri, yapılan bazı kabuller çerçevesinde teorik olarak bulunabiliyorsa da, gerçeğe en yakın değerlerin deneysel olarak tesbit edilmesi en sağlıklı bilimsel bir yaklaşımdır. Bu amaçla, bu çalışmada eksenel pistonlu pompaların veriminde etkili olan kayıcı pabuçların, değişik çalışma şartlarındaki performansı, deneysel olarak belirlenmeye çalışılmıştır. Bunun için bir deney düzeneği tasarımı ve imalatı gerçekleştirilmiş ve elde edilen seçilmiş sonuçlar burada sunulmuştur.

6C.3 METAL YÜZEYLERİ ARASINDAKİ KURU SÜRTÜNMEDE TEMAS MEKANİZMASININ İSTATİSTİKİ ANALİZİ (*)

Durmuş ODABAŞ Mehmet Baki KARAMIŞ
Erciyes Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Bölümü, 38090 KAYSERI

ÖZET

Bu çalışmada tribolojik sistemi oluşturan ve kuru sürtünme yapan esas ve karşı sürtünme elemanlarının yüzeylerinin her ikisininde pürüzlü ve pürüz şeklının konik olduğu ve pürüz yükseklik dağılımının istatistiki olarak normal dağılım gösterdiği kabul edilerek temas noktalarının ortalama yarıçapı, temas eden pürüz ve yüzeylerdeki toplam pürüz sayısı istatistik olarak analiz edilmiştir. Bu analizde ortalama pürüz eğimi, standart sapma ve yüzeyler arasındaki uzaklık ile ilgili bağıntılar ortalama pürüzlülük R_a (μm) ile ifade edilerek pratikte uygulanma imkanı sağlanmıştır.

METAL YÜZEYLERİ ARASINDAKİ KURU SÜRTÜNMEDE TEMAS MEKANİZMASININ İSTATİSTİKİ ANALİZİ

Durmuş ODABAŞ Mehmet Baki KARAMIŞ
Erciyes Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Bölümü, 38090 KAYSERİ

ÖZET

Bu çalışmada tribolojik sistemi oluşturan ve kuru sürtünme yapan esas ve karşı sürtünme elemanlarının yüzeylerinin her ikisininde pürüzlü ve pürüz şeklinin konik olduğu ve pürüz yükseklik dağılımının istatistiki olarak normal dağılım gösterdiği kabul edilerek temas noktalarının ortalama yarıçapı, temas eden pürüz ve yüzeylerdeki toplam pürüz sayısı istatistik olarak analiz edilmiştir. Bu analizde ortalama pürüz eğimi, standart sapma ve yüzeyler arasındaki uzaklık ile ilgili bağıntılar ortalama pürüzlülük R_a (μm) ile ifade edilerek pratikte uygulanma imkanı sağlanmıştır.

1. GİRİŞ

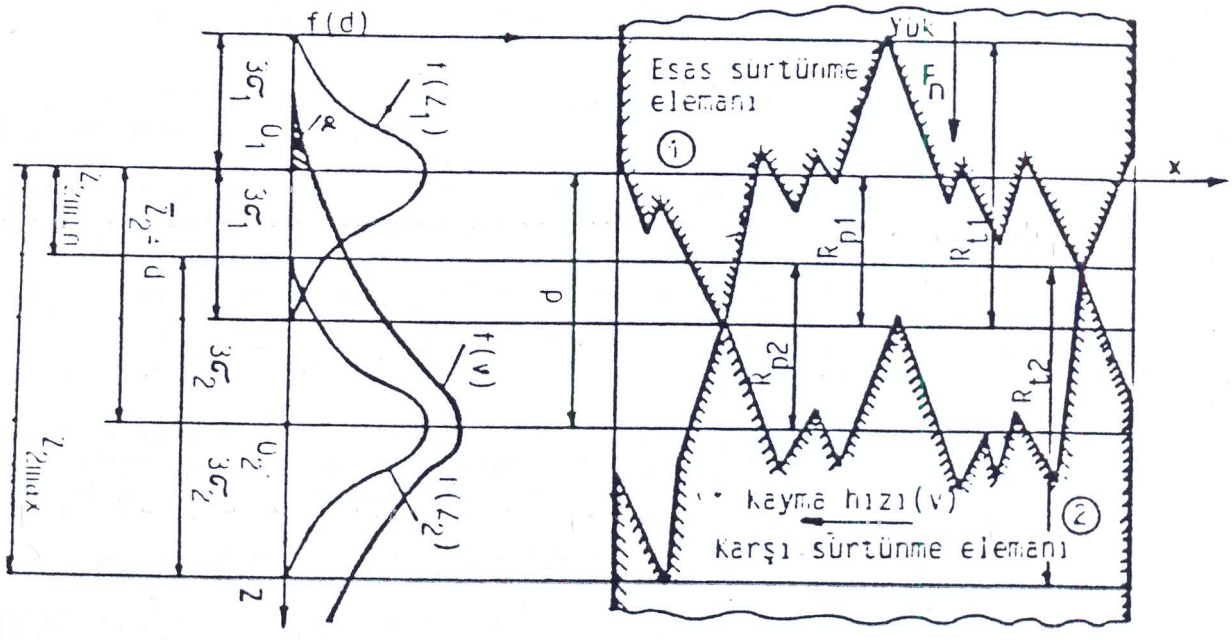
Sürtünme, aşınma, ısıl ve elektriksel direnç gibi konuları direk ilgilendiren kuru sürtünmeli metal yüzeyleri arasındaki temas mekanizması, sürtünme çiftlerinin kimyasal ve fiziksel özelliklerinden çok yüzeylerin geometrik özelliklerine bağlıdır.Pürüz teorisine göre katı cisim arasındaki temas, yüzeylerdeki pürüzlerin etkileşmesinden ileri gelir [1] . En hassas işlenmiş yüzeylerde atomik mertebede de olsa dahi pürüzler vardır. Katı cisimler arasındaki kuru sürtünmede temas mekanizması konusunda yapılan çalışmaların çoğu yüzey pürüzlülüğüne dayanır. Hisakado pürüz yükseklik dağılımını normal dağılım kabul ederek statik temas için teorik ve deneysel araştırmalar yapmıştır [2, 3] . İki pürüzlü yüzey arasındaki uzaklığın temas alanı ve boyutu, yüzey pürüzlülüğü ve yüzeyin işlenme şekline bağlı olduğu anlaşılmıştır. Ortalama pürüz eğimi ile ilgili ampirik bir bağıntı bulunarak gerçek temas alanının yük ile doğru orantılı yumuşak metalin akma basıncı (veya sertliği) ile ters orantılı olarak değiştiği tesbit edilmiştir. Farklı yüzey pürüzlülüğüne sahip metal sürtünmesinde yapılan deneysel çalışmalarda temas basıncı arttıkça temas eden nokta sayısınında arttığı gözlendi [4] . Kimura yüzey pürüzlülüğünü esas alarak yaptığı istatistik analiz ile yüzeyler arasındaki uzaklığın uygulanan yükün artışıyla azaldığı, temas noktası sayısının ve boyutlarının ise arttığı sonucuna vardı [5] . Küresel pürüzlerde plastik deformasyon ve pürüzlülüğün artmasıyla gerçek temas alanı büyümesine rağmen konik veya piramit pürüzlerde temas alanları azalmaktadır [6] . Bunun başlıca nedeni küresel pürüz büyüdükçe eğrilik yarıçapınında büyümesinden ileri gelir. Ancak konik veya piramit şekilli pürüzlerde pürüzlülük arttıkça tepe açısı küçülür.

Kuru sürtünmede temas esnasında yumuşak yüzeyden daha sert yüzeye metal transferi olur, pürüzlerin şekli, boyutu ve dağılımı değişerek sert metalin temas başlangıcındaki pürüzlülüğünün etkisi azalır [7] . Bunun başlıca nedeni adhezyondur. Metal transferi pürüzlerin yüksekliğini ve tepe açısını arttırma etkisi yapmaktadır. Mikhin ve Obishchenko pürüzlü iki yüzey arasındaki temas mekanizmasını istatistiki olarak incelemişlerdir [8] . BO ve You-Bai yüzey pürüzlülüğünün makina elemanlarının performansına çok büyük etki yaptığını belirterek geliştirdikleri iki ve üç boyutlu pürüzlülük modelleriyle sürtünme ve aşınmayı teorik olarak incelediler [9, 10] . Ve yumuşak yüzeyin pürüzlülüğünün başlangıçta aşınma ile değiştiğini daha sonra sabit bir değere yaklaştığını belirterek uygulanan yükün artmasıyla pürüzlülüğün arttığını ileri sürdüler.

Bu çalışmada yukarıda adı geçen literatürlerin ışı altında sertlikleri farklı iki pürüzlü metal yüzeyi arasındaki temas mekanizması konik pürüz şekline göre istatistik olarak incelenecektir.

2. İSTATİSTİK ANALİZ

Genel olarak katı cisimlerin yüzeylerindeki pürüzlerin yüksekliğinin istatistik olarak normal dağılım gösterdiği kabul edilir [1, 5, 8, 11] . Bir tribolojik sistemi meydana getiren esas ve karşı sürtünme elemanları arasındaki temas Şekil-1'de görüldüğü gibi gerçekleşir. Esas sürtünme elemanının dağılım eğrisinin O_1 merkezinden geçen bir x-z eksen takımı seçilerek her iki yüzeyin pürüzlülük değerleri buna göre tanımlanır. Burada



Şekil-1 : Pürüzlü iki yüzeyin profil eğrileri arasındaki temas.

x ekseni f(d) temas ihtimal fonksiyonunu z ise yüzeylere dik doğrultudaki pürüz yüksekliğini gösterir. Aynı zamanda x ekseni esas sürtünme elemanının pürüzlülük profilinin merkez doğrusudur. Buna göre esas sürtünme elemanının ortalaması $\bar{z}_1 = 0$, standart sapması σ_1, karşı sürtünme elemanının ise $\bar{z}_2$ ve σ_2 olup, pürüz yükseklik değişkeni z_1 ve z_2 dir. İki yüzey arasındaki

temas ihtimali

$$z_2 \leqslant z_1 \tag{1}$$

şartının sağlanmasına bağlıdır [3, 11] . Burada z_1 ve z_2 gelişi güzel değişken yerine $v = z_2 - z_1$ ifadesi kullanılırsa temas ihtimali şartı,

$$v \leqslant 0 \tag{2}$$

olarak ifade edilir. Pürüzlü iki yüzey için f(v) dağılım fonksiyonunun ortalaması $\bar{v} = d$, standart sapması $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ olup, temas ihtimal fonksiyonu ise

$$f(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{d}{\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}}\right)^2\right] \tag{3}$$

dir. Burada σ_1 ve σ_2 yüzeylerin temastan önceki yüzey pürüzlülüğüne ait standart sapmalar, d ise iki yüzeyin temas esnasında birbirine olan uzaklığıdır. Sürtünme esnasında yüzey pürüzlülüğünün değişmediği, tek değişkenin d olduğu kabul edilmektedir. Teorik olarak herhangi bir pürüzlü yüzeyin standart sapması,

$$\sigma_i = \sqrt{\pi/2}\, R_a = 1{,}25\, R_a \quad (\mu m) \tag{4}$$

ile hesaplanabilir [12] . Burada R_a temastan önce ölçülen ortalama yüzey pürüzlülük değeridir.

Pratikte yüzeylerin pürüzlülük dağılımının ortalamasını ve standart sapmasını kaydedilen pürüzlülük profillerinden tesbit edilen en büyük pürüz yüksekliği R_t ve ortalama pürüzlülük değeri R_a ile ifade etmek mümkündür. Bir yüzeyin pürüzlülük değerleri arasında yaklaşık olarak,

$$R_a/R_p = 0{,}225 \quad , \quad R_p/R_t = 0.6 \quad , \quad R_t = 7{,}4\, R_a \tag{5}$$

bağıntıları vardır [13] . Burada R_p ezilme yüksekliğidir. Normal dağılım eğrisinin özelliğine göre temas başlangıcında esas ve karşı sürtünme elemanlarının standart sapmaları sıra ile,

$$\sigma_1 = 1/6\, R_{t_1} \quad , \quad \sigma_2 = 1/6\, R_{t_2} \tag{6}$$

olup, karşı sürtünme elemanının ortalaması ise, $\bar{z}_2 = d = R_{p_1} + R_{p_2}$ olarak bulunur. R_t ve R_p yerine R_a değeri konursa,

$$\sigma_1 = 1{,}23\, R_{a_1} \quad , \quad \sigma_2 = 1{,}23\, R_{a_2} \tag{7}$$

ve

$$\bar{z}_2 = 4{,}5\ (R_{a_1} + R_{a_2}) \qquad (8)$$

ifadeleri elde edilir. Burada R_{a_1} esas sürtünme elemanının, R_{a_2} ise karşı sürtünme elemanının temastan önce tesbit edilen ortalama pürüzlülük değerleridir. (4) denklemiyle (7) denkleminin yaklaşık aynı olduğu açıkça görülmektedir.

Normal dağılım eksen takımının başlangıç noktasına göre simetrik olduğundan f(v) fonksiyonu için

$$z_\alpha = d/\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \qquad (9)$$

şeklinde standart dağılım değişkeni kullanılabilir. Buna göre temas ihtimali (α),

$$P\ (z_1 \geq z_2) = P\ (v \geq z_\alpha) = \alpha \qquad (10)$$

ile hesaplanır. α'nın değeri Şekil-1'de görülen taralı alana eşittir. Temas eden iki pürüzlü yüzey arasındaki gerçek temas alanı,

$$A_{sr} = F_n/H = F_n/P_m = A_n.P\ (z_1 \geq z_2) = A_n.\ \alpha \qquad (11)$$

olarak ifade edilebilir [5] . Burada F_n uygulanan yük, H (veya P_m akma basıncı) yumuşak yüzeyin sertliği A_n ise görünen (geometrik) temas alanıdır. (11) bağıntısından da görüldüğü gibi temas ihtimali, F_n, H ve A_n'nin bir fonksiyonu olup,

$$\alpha = F_n/A_n H \qquad (12)$$

ifadesiyle hesaplanarak, Ek-1"de verilen dağılım tablosundan z_α değeri seçilir ve (9) denklemi yardımıyla d hesaplanır. Pürüzlü iki yüzey arasında meydana gelen dairesel temas noktalarının ortalama yarıçapı,

$$r_{sr} = \sum_{i=1}^{n} r_i/n = \sigma/t \tan\theta \qquad (13)$$

şeklinde ifade edilmektedir [3] . Burada t iki yüzey arasındaki boyutsuz uzaklık olup $t = d/\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ ile hesaplanır. ($\tan\theta$) ise pürüzlerin ortalama taban eğimidir. Pürüzlü bir yüzey için pürüz taban eğimi ile ezilme yüksekliği R_p arasında,

$$\tan\theta = C_3 R_p/(C_1 R_p + C_2) \qquad (14)$$

şeklinde ampirik bir bağıntı vardır [2] . C_3 pürüz şekline ait bir katsayı olup konik pürüz için $\pi/2$ olarak alınır. C_1 ve C_2 katsayıları ise

yüzeylerin işlenme şekline bağlı olarak θ ve R_p değerleri yardımıyla en küçük kareler metodundan bulunan sabit katsayılardır. Taşlama, zımparalama ve kum püskürtme işlemleriyle hazırlanan yüzeyler için C_1 = 3,12 ; 4,44 ; 3,45 C_2 = 15,5 ; 18,8 ; 11,1 olarak tesbit edilmiştir [2, 3, 4]. Ortalama değerler kullanıldığında pürüzlü bir yüzey için ortalama pürüz eğimi,

$$\tan \theta = R_p/(3,67R_p + 15,13) \qquad (15)$$

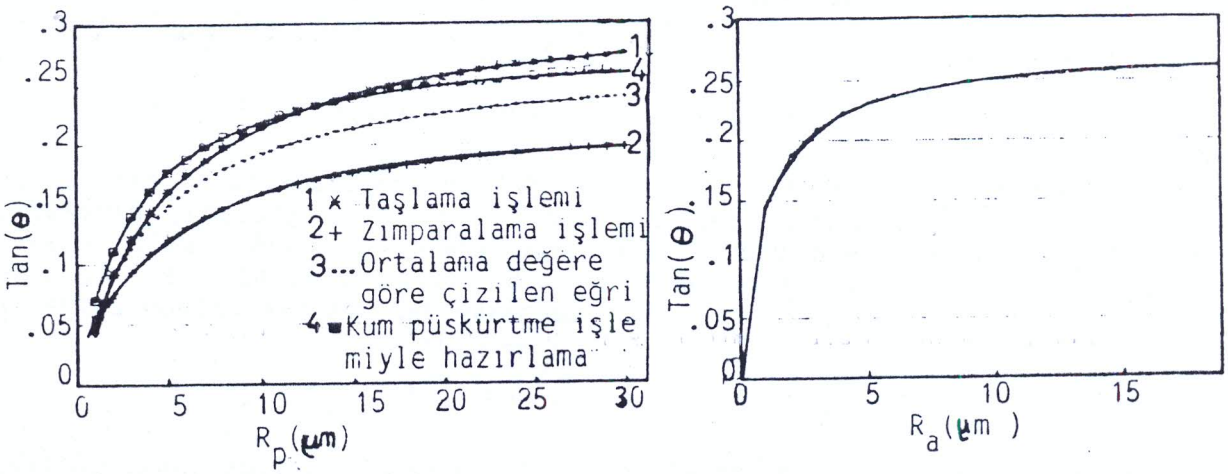
olarak ifade edilir. Üç farklı yüzey işleme türüne göre C_{1or} = 11 ve C_{2or} = 15,13 değerleri elde edilmiştir. Şekil-2a'da R_p ile tan θ'nın değişimi görülmektedir. Pürüzlü iki yüzeyin statik temasında ortalama pürüz eğimi,

$$\tan\theta = \sqrt{(R_{p1}^2 + R_{p2}^2)} \;/\; (3.67\sqrt{R_{p1}^2 + R_{p2}^2} + 15.13) \qquad (16)$$

olarak ifade edilir [2] . Bu ifadede R_p yerine R_a değeri kullanılırsa,

$$\tan\theta = \sqrt{R_{a1}^2 + R_{a2}^2}/(3,67\sqrt{R_{a1}^2 + R_{a2}^2} + 3,32) \qquad (17)$$

eşitliği elde edilir. Şekil-2 b'de tan θ'nın R_a'ya bağlı olarak değişimi görülmektedir.



a: Tan θ'nın R_p ile değişimi

b: Tan θ'nın R_a ile değişimi.

Şekil-2 : Pürüz eğiminin yüzey pürüzlülüğüne göre değişimi.

Pratikte en hassas işlenmiş yüzeylerden en kaba işlenen yüzeylere kadar ortalama pürüzlülük değeri R_a = 0.025 - 26 μm arasında değişir. Buna göre pürüz taban eğimi açısı $\theta = 0.5^o - 15^o$ arasında değer alır. Pürüzlerde genel olarak taban eğim açısının 5 - 10^o arasında olduğu belirtilmektedir [1] . (7), (9), (13) ve (17) denklemlerinden hareketle bir pürüzsel temas noktasının ortalama yarıçapı,

$$r_{sr} = \frac{8{,}61\ \sqrt{R_{a1}^2 + R_{a2}^2} + 11.84}{z_\alpha} \qquad (18)$$

şeklinde ifade edilir. Temas eden pürüz sayısı,

$$n = A_{sr}/(\pi r_{sr}^2) \qquad (19)$$

ve yüzeydeki toplam pürüz sayısı ise,

$$N = A_{sr}/(\pi r_{sr}^2 \alpha) \qquad (20)$$

bağıntılarıyla hesaplanabilir. Yukarıdaki bağıntıların hepsi statik haldeki temas için geçerlidir. Pratikte ise temas dinamik halde olur. Bu durum için sadece gerçek temas alanı normal ve kayma gerilmelerinin etkisiyle büyür. Dinamik halde toplam gerçek temas alanı,

$$A_{dr} = A_{sr}\ \sqrt{(1 + \alpha \mu^2)} \qquad (21)$$

bağıntısıyla ifade edilir [1] . Burada A_{sr} normal kuvvetten ileri gelen statik sürtünme temas alanı, μ statik sürtünme katsayısı, α ise 3 - 25 arasında değişen sabit bir katsayıdır. Aynı şekilde bir pürüzsel temas noktasının dinamik haldeki ortalama alanı,

$$a_{dr} = a_{sr}\ \sqrt{(1 + \alpha \mu^2)} \qquad (22)$$

ifadesi ile hesaplanabilir. Bu bağıntıdaki a_{sr} statik halde pürüzsel temas noktasının ortalama alanıdır. Dinamik haldeki temas alanının şekli tam dairesel olmaz. Ancak bu alanı daire kabul edip bunun için eşdeğer bir temas yarıçapı tanımlanabilir. Buna göre dinamik sürtünme için pürüzsel bir temas noktasının eşdeğer yarıçapı,

$$r_e = r_{sr}\ \sqrt{(1 + \alpha \mu^2)} \qquad (23)$$

şeklinde ifade edilir. Dinamik halde temas eden pürüz sayısı ve yüzeydeki toplam pürüz sayısı değişmez, (19) ve (20) denklemleriyle yaklaşık olarak hesaplanabilir.

3. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada kuru sürtünme yapan metal yüzeyler arasındaki gerçek temas noktalarının ortalama yarıçapı yüzeylerin ortalama pürüzlülüğü ve standart normal dağılım değişkenine bağlı olarak hesaplanmıştır. Temas eden iki pürüzlü yüzeyin temastan önceki ortalama pürüzlülük değerleri bir yüzey pürüzlülük cihazıyla kolayca belirlenir. Uygulanan yük, görünen temas alanı ve yumuşak sürtünme elemanının sertliği başlangıçta tesbit edilerek bu dört değişkenin bilinmesiyle bu çalışmada elde edilen bağıntıların pratiğe uygulanması mümkündür. Böylece kuru sürtünme yapan makina

elemanları arasında temas eden pürüz sayısı ve bir pürüzsel temas noktasının ortalama yarıçapı hakkında yaklaşık bir bilgi elde edilmiş olur. Gerçekte temas eden pürüzlü noktaları tesbit etmek mümkün değildir. Zira bu noktaların boyutu çok küçük olup, dinamik sürtünme esnasında sürekli yer değiştirir. Aynı zamanda temas süreside çok kısadır. Bu sebeple bu çalışmada istatistik analizle elde edilen bağıntılar yaklaşık değerler verir. Bu çalışmanın kuru sürtünmeli çalışan makina elemanlarının temas yüzeyinde meydana gelen sürtünme, aşınma ve termal olayların analizinde yardımcı olacağı kanaatindeyiz.

KAYNAKLAR

1. Tabor, D., "Friction - The Present State of Our Understanding" Transactions of ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol.103, April(1983), 169 - 179.

2. Hisakado, T., "On the Mechanism of Contact Between Solid Surfaces" 1st Report, Bulletin of JSME, Vol.12, No:54 (1969), 1519 - 1527.

3. Hisakado, T., "On the Mechanism of Contact Solid Surfaces", 2nd Report Bulletin of JSME, Vol.12, No:54, (1969), 1528 - 1536.

4. Hisakado, T., "On the Mechanism of Contact Solid Surfaces", 3rd Report Bulletin of JSME, Vol.12, No:54, (1969), 1537 - 1544.

5. Kimura, Y., "Estimation of the Number and the Mean Area of Real Contacts Points on the Basis of Surface Profiles", Wear 15 (1970) 47-55.

6. Hisakado, T., "Effect of Surfaces Roughness on Contact Between Solid Surfaces" Wear 28 (1978), 217 - 234.

7. Sakamoto, T., and Tsukizoe T "Metal Transfer in the Frictional of A Rough Hard Surface" Wear 47 (1978), 301 - 313.

8. Mikhin, A.N., and Obishchenko, L.N., "Defendence of Real Contact Area on Approach of Rough Surfaces", Soviet Journal of Frictional and Wear, Vol.9 (1989), No:6, 76-80.

9. Bo, Z., and You-Bai, X., "Two - Body Micro Cutting Wear Model Part I : Two-Dimensional Roughness Model", Wear 129 (1989), 37 - 48.

10. Bo, Z., and You-Bai, X., "The Distribution of Micro Cutting Wear Model Part II : Three - Dimensional Roughness Model", Wear 129 (1989) 48 - 58.

11. Mc Cool, J.I., " The Distribution of Micro Contact Area, Load, Pressure and Flash Temperature Under The Greenwood-Williamson Model" Transactions of ASME, Journal of Tribology, Vol.110, January, (1988) 106-11

12. Hisakado, T. "İnfluence of Surfaces Roughnessand Work-Hardened Layers on the Contact Between A Rough and a Flat Surface", Wear 37 (1976), 41 - 51.

13. Akkurt, M., Kent, M., "Makina Elemanları Cilt-I", Sayfa 199, Ocak 1975 Istanbul.

14. Tuç, B., "Güvenilirliğin Esasları", Ders Notları, Erciyes Üniversitesi Mühendislik Fakültesi,(1988), Kayseri.

EK-1 :

Tablo : Standart normal dağılım değerleri [14] .

Z_α	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3166	.3122
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2117	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0963	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0863	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0369	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0292
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110

Z_α	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
2.3	.0107	.0104	.0102	.00990	.00964	.0939	.00914	.00889	.00866	.00842
2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00192
2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
3	.00135	$.0968^{3}$	$.0687^{3}$	$.0483^{3}$	$.0337^{3}$	$.0233^{3}$	$.0159^{3}$	$.0108^{3}$	$.0723^{4}$	$.0481^{4}$
4	$.0317^{4}$	$.0207^{4}$	$.0133^{4}$	$.0854^{5}$	$.0541^{5}$	$.0340^{5}$	$.0211^{5}$	$.0130^{5}$	$.0793^{6}$	$.0479^{6}$
5	$.0287^{6}$	$.0120^{6}$	$.0996^{7}$	$.0579^{7}$	$.0333^{7}$	$.0190^{7}$	$.0107^{7}$	$.0599^{8}$	$.0332^{8}$	$.0182^{8}$
6	$.0987^{9}$	$.0530^{9}$	$.0282^{9}$	$.0149^{9}$	$.0777^{10}$	$.0402^{10}$	$.0206^{10}$	$.0104^{10}$	$.0523^{11}$	$.0260^{11}$